Nézzük meg először, mi a feltétele annak, hogy az első egyenlőség azonosság legyen. Felhasználva a műveletek értelmezését, azt kapjuk, hogy

$$(\alpha a + \beta b) * c = \alpha(a * c) + \beta(b * c),$$

és

$$\gamma(\alpha a + \beta b) + \delta c = \alpha(\gamma a + \delta c) + \beta(\gamma b + \delta c).$$

A műveletek elvégzése és rendezése után

$$\delta c(\alpha + \beta - 1) = 0.$$

Ez az egyenlőség akkor azonosság, ha

$$\delta = 0 \quad \text{vagy} \quad \alpha + \beta = 1.$$

A másik egyenletet hasonló módon rendezve azt kapjuk, hogy

$$\beta c(\gamma + \delta - 1) = 0,$$

ami tetszőleges c számra akkor teljesül, ha

$$\beta = 0 \quad \text{vagy} \quad \gamma + \delta = 1.$$

Mindkét egyenlet egyszerre azonosság az alábbi négy esetben:

1. $\beta = 0$ és $\delta = 0$, azaz $a \circ b = \alpha a$ és $a * b = \gamma a$.
2. $\beta = 0$ és $\alpha + \beta = 1$, vagyis $\alpha = 1$. Ekkor

$$a \circ b = a \quad \text{és} \quad a * b = \gamma a + \delta b.$$

3. $\delta = 0$ és $\gamma + \delta = 1$, vagyis $\gamma = 1$. Ekkor

$$a \circ b = \alpha a \quad \text{és} \quad a * b = a.$$

4. $\alpha + \beta = 1$ és $\gamma + \delta = 1$.
   Ekkor $(a \circ b)$ és $(a * b)$ az a és b számok súlyozott közepe.