Az $a_1 a_2 a_3 a_4$ számnégyes egymás után írva csak úgy lehet hatjegyű szám, ha a_1 és a_2 is egyjegyű. Fejezzük ki ezekkel a_3-at és a_4-et. Az (1) egyenlet átrendezéséből azt kapjuk, hogy

$$a_3 = \frac{a_1 a_2}{2a_1 - a_2}, \tag{2}$$

és ennek felhasználásával

$$a_4 = \frac{a_1 a_2}{3a_1 - 2a_2}.$$

A feladat követelménye szerint $0 < a_1 < a_2$. Az a_4 csak úgy lehet pozitív egész szám, ha

$$3a_1 - 2a_2 > 0, \tag{3}$$

vagyis

$$3a_1 - 2a_2 \geq 1, \tag{4}$$

és az $a_3 < a_4$ követelmény miatt

$$2a_1 - a_2 \geq 2, \tag{5}$$

A (3) egyenlőtlenségből az adódik, hogy $a_2 < \dfrac{3}{2} a_1$. Tehát

$$a_1 < a_2 < \frac{3}{2}\, a_1. \tag{6}$$

Mivel a_1 és a_2 is egész szám, ezért a (6) egyenlőtlenség csak úgy állhat fenn, ha $a_1 \geq 3$ és $a_2 \geq 4$. Legyen a_1 és a_2 legnagyobb közös osztója d, és $a_1 = a_1' d$, $a_2 = a_2' d$. Ekkor

$$a_3 = \frac{a_1' a_2' d}{2a_1' - a_2'} \quad \text{és} \quad a_4 = \frac{a_1' a_2' d}{3a_1' - 2a_2'}. \tag{7}$$

A (6) egyenlőtlenséghez hasonlóan most is azt kapjuk, hogy

$$a_1' < a_2' < \frac{3}{2}\, a_1', \tag{8}$$

és

$$a_1' \geq 3 \text{ és } a_2' \geq 4.$$

Ebből az következik, hogy $d \leq 2$, mert ha $d \geq 3$ lenne, akkor már a_2 kétjegyű szám volna.

Most megmutatjuk, hogy a_1 és a_2 nem lehetnek relatív prímek, vagyis $d \geq 2$; amiből következik, hogy $d = 2$. Tegyük fel ugyanis, hogy a_1 és a_2 relatív prímek. De akkor a_1 és $2a_1 - a_2$ is azok. Ezért az a_3 csak úgy lehetne egész szám, ha az $\dfrac{a_2}{2a_1 - a_2}$ egész. Ha $\dfrac{a_2}{2a_1 - a_2}$ egész, akkor az $\dfrac{a_2}{2a_1 - a_2} + 1 = \dfrac{2a_1}{2a_1 - a_2}$ is az. De ez csak úgy lehet, ha $\dfrac{2}{2a_1 - a_2}$ is egész, mert a_1 és $2a_1 - a_2$ feltevésünk szerint relatív prímek. Ez utóbbi hányados, az (5) egyenlőtlenség figyelembevételével csak úgy lehet egész szám, ha $2a_1 - a_2 = 2$. Ebben az esetben $3a_1 - 2a_2 = 1$, amiből $a_1 = 3$, $a_2 = 4$, $a_3 = 6$ és $a_4 = 12$. Ez a számnégyes csak öt jegyű számot ad. Tehát a feladat követelményeit kielégítő számnégyest csak $d = 2$ esetén kereshetünk. Ebben az esetben a (8) egyenlőtlenség miatt

$$6 \leq a_1 < a_2 < 10$$

és $d = 2$ miatt a_1 és a_2 is páros szám. Tehát a_1 csak 6 lehet és ekkor $a_2 = 8$. Ebből azt kapjuk, hogy $a_3 = 12$, és $a_4 = 24$. A 6, 8, 12, 24 szám négyes tehát az egyetlen, ami eleget tesz a feladat követelményeinek.