

A lottóhúzásokat három osztályba soroljuk aszerint, hogy a kihúzott számok összege hárommal osztva 0, 1 vagy 2 maradékot ad-e. Jelölje ezeket az osztályokat rendre A , B és C . A feladat állításának bebizonyításához elegendő azt megmutatni, hogy mind a három osztályban ugyanannyi számötös van. Ehhez kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést hozunk létre az osztályok között.

Először megmutatjuk, hogy A és C között van kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés. Tartozzon az a_1, a_2, \dots, a_5 számötös ($a_1 < a_2 < \dots < a_5$) az A osztályba, azaz összegük legyen hárommal osztható. Feleltessük meg ennek a számötösnek az $a_1 + 1, a_2 + 1, \dots, a_5 + 1$ számötöst, ha $a_5 < 90$, és ha $a_5 = 90$, akkor pedig az $1, a_1 + 1, a_2 + 1, a_3 + 1, a_4 + 1$ számötöst. Az így nyert „lottószámok” összege vagy öttel nagyobb vagy 85-tel kisebb, mint az $a_1 + a_2 + \dots + a_5$; tehát hárommal osztva 2 maradékot ad, és ezért C osztálybeli. Ez a megfeleltetés kölcsönösen egyértelmű, mert minden A osztálybeli számötöshöz C osztálybeli számötöst rendel, különbözőkhöz különbözőt, és minden C osztálybeli számötös hozzá van rendelve egy A osztálybelihez, nevezetesen ahhoz, amelyik eggyel kisebb számokból áll, ha köztük nem szerepelt az egyes szám, és ha szerepelt, akkor ennek a 90 felel meg. Ugyanezzel a módszerrel a C és B osztályok között hozhatunk létre kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést. Tehát mind a három osztályban ugyanannyi számötös van, ezért a lehetséges lottóhúzások harmadában fordulhat elő, hogy a kihúzott számok összege hárommal osztható.

Megjegyzés. Többen a következő hibás okoskodást találták: nézzük meg, hogy a számötösökben hány darab hárommal osztva 0, 1 vagy 2 maradékot adó szám lehet. Az összes lehetséges eset 21. (A részletes számításokat mellőzzük.) Ebből az összeg akkor osztható hárommal, ha a

0	1	2
maradékot adók száma		
5	0	0
3	1	1
2	3	0
2	0	3
1	2	2
0	4	1
0	1	4

Ez 7 eset, vagyis harmadrész. Az okoskodás azért hibás, mert azt is meg kell nézni, hogy a 21 különböző eset mindegyike hányféleképpen fordulhat elő, és ennek hányadrészét teszi ki ez a 7 eset. Ezek részletes kiszámításával is bizonyítható az állítás.