

Ha $x + 1$ és $y - 1$ előjele megegyezik, abszolút értékek összege egyenlő összegük abszolút értékével, így ebben az esetben (2) azt jelenti, hogy

$$(2a) \quad |x + y| = 4.$$

Ez azonban ellentmond (1)-nek, hiszen $|x + y| \leq |x| + |y|$, így ahol (2a) teljesül, ott (1) bal oldalának az értéke legalább 8.

Ha $(x + 1)$ és $(y - 1)$ előjele különbözik, abszolút értékek összege egyenlő különbségük abszolút értékével, így ebben az esetben (2) azt jelenti, hogy

$$(2b) \quad |x - y + 2| = 4.$$

Eszerint $(x - y)$ vagy 2-vel vagy (-6) -tal egyenlő. Helyettesítsük az első esetben (1) bal oldalán x -et a vele egyenlő $(y + 2)$ -vel:

$$(3) \quad |y + 2| + |y| + 2|y + 1| \leq 6.$$

Ha $|y + 1| \leq 1$, ez eleve teljesül, hiszen ekkor $y \leq 0 \leq y + 2$, és így $|y + 2| + |y| = y + 2 - y = 2$, és (3) bal oldalának az értéke legfeljebb 4. Ha $|y + 1| > 1$, akkor $|y| + |y + 2| = 2|y + 1|$, így (3) azt jelenti, hogy $|y + 1| \leq 1,5$. Tehát

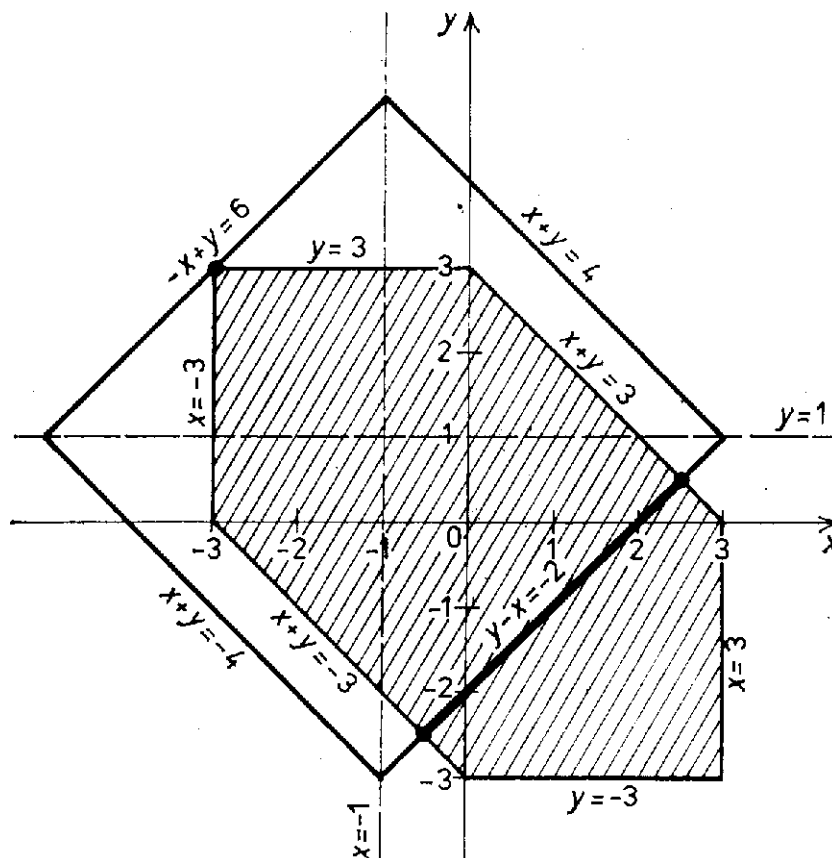
$$(4) \quad -2,5 \leq y \leq 0,5, \quad x = y + 2$$

számpárokra teljesül (1), és mivel ezekre $x + 1 > 0$, $y - 1 < 0$, (2) is teljesül rájuk.

Ha $x - y = -6$, akkor $|x - y| \leq |x| + |y|$ miatt (1) csak úgy teljesül, ha $|x - y| = 0$, vagyis

$$(5) \quad x = -3, \quad y = 3.$$

Mivel itt $(x + 1)$ és $(y - 1)$ különböző előjelű, (2) is teljesül erre a számpárra. Ezzel az összes lehetőséget megvizsgáltuk, és azt kaptuk, hogy az (1), (2) egyenlőtlenségrendszer megoldását a (4), (5) számpárok adják.



Megjegyzés. Úgy is megoldhatjuk a feladatot, hogy megkeressük az x , y koordináta-rendszerben külön az (1)-nek és külön a (2)-nek eleget tevő pontok halmazát, és vesszük e két halmaz közös részét.