Az (1) egyenlet fennáll, ha az abszolút érték jeleken belüli kifejezések vagy egyenlőek, vagy egymás ellentettjei. Ennek megfelelően a két megvizsgálandó eset:

$$x^2+y^2-4x-4y+5=2x+2y-4, \tag{2}$$

vagyis

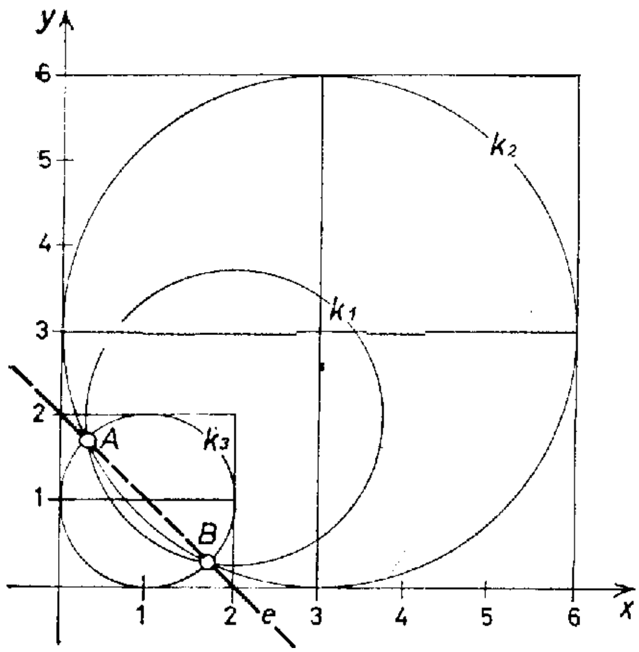
$$(x-3)^2+y^2=6y$$

illetve

$$x^2+y^2-4x-4y+5=-2x-2y+4, \tag{3}$$

vagyis

$$(x-1)^2+y^2=2y.$$




A (2) és (3) egyenletek bal oldala négyzetszámok összege, tehát nem negatív, így az egyenletek jobb oldalainak értéke sem lehet nullánál kisebb. Emiatt $y$ nem lehet negatív szám.

Ezzel ekvivalens átalakításaink, valamint az (1) egyenlet $x$-re és $y$-ra való szimmetriája – tehát $x$ és $y$ felcserélhetősége – miatt a feladat állítását beláttuk.

*Megjegyzés.* Az (1) egyenlet bal oldala az $(x,\, y)$ koordináta–rendszer $(2,\, 2)$ középpontú, $\sqrt{3}$ sugarú $k_1$ körvonalán, a jobb oldal pedig az $x+y=2$ egyenletű $e$ egyenesen egyenlő 0-val. (2) a $(3,\, 3)$ középpontú, 3 sugarú $k_2$ kör egyenlete, (3) pedig az $(1,\, 1)$ középpontú, 1 sugarú köré, $k_2$ és $k_3$ metszéspontjai (természetesen) azonosak $k_1$ és $e$ metszéspontjaival. Állításunk geometriai jelentése az, hogy a $k_2$, $k_3$ körök a pozitív sík–negyedben vannak, pontosabban mondva az $x$, $y$ tengelyek pozitív felével kiegészített pozitív síknegyedben.