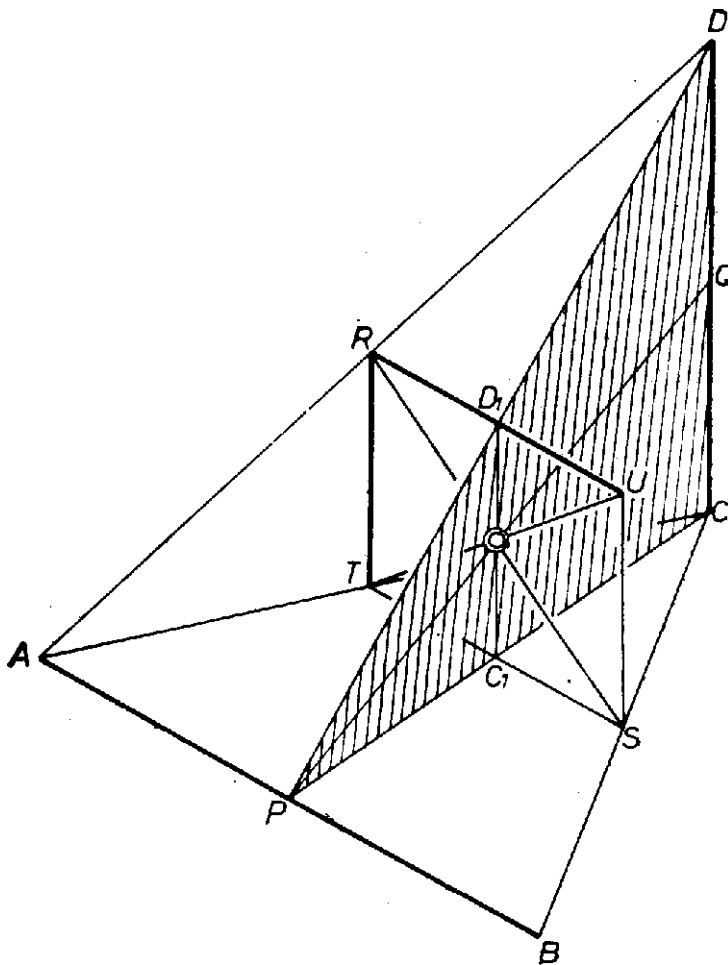


A tetraéder hat éle közül kétféleképpen választhatunk ki négyet: vagy úgy, hogy közülük három egy síkban van, vagy úgy, hogy nincs közöttük három egy síkban. Az első esetben a felezőpontok nincsenek egy síkban, a másodikban viszont nemcsak egy síkban vannak, de paralelogrammát is alkotnak. Ennek megfelelően két esetet különböztetünk meg.



a) Az adott pontok nincsenek egy síkban. Válasszunk ki közülük tetszés szerint hármat, és húzzunk az általuk meghatározott háromszögben a csúcsokon át a szemközti oldalakkal párhuzamosakat. Így megkapjuk azt a három élt, amelyik egy síkban van. Az általuk alkotott lap tetszőleges csúcsait összekötve a negyedik adott ponttal, és a kapott egyenesre a csúcstól a pontig terjedő szakaszt még egyszer felmérve a tetraéder negyedik csúcsát kapjuk. Eljárásunk helyessége és az, hogy így az összes megfelelő tetraédert megkapjuk, nyilvánvaló. Összesen 12 tetraédert kapunk, mert először 4, másodszor 3 eset között választhatunk.

b) Az adott pontok egy síkban vannak. Ebben az esetben csak akkor van megoldás, ha a pontok paralelogrammát alkotnak. Ennek átlóihoz egy tetszőleges, velük nem egy síkban levő szakaszt felvéve, melynek felezőpontja azonos az átlók felezőpontjával, megkapjuk a hiányzó két élfelezőpontot. Most tehát adott három szakasz, PQ , RS , TU , amelyek nincsenek egy síkban, de a felezőpontjuk azonos. Húzzunk párhuzamosot P -n át mondjuk RU -val, és mérjük fel rá P -ből kiindulva mindkét irányba az RU szakaszt, Q -n át pedig RT -vel húzzunk párhuzamosot, és erre Q -ből kiindulva az RT szakaszt mérjük fel mindkét irányba. Jelöljük a kapott végpontokat rendre A , B , C , D -vel, RU felezőpontját D_1 -gyel, ST felezőpontját C_1 -gyel. Mivel C_1D_1 is felezi PQ -t, mint RS és TU , továbbá párhuzamos CD -vel, és fele annak, C_1D_1 a PCD háromszög középvonala. Így C_1 mondjuk a PC , D_1 a PD szakaszt felezi. Emiatt viszont RU az ABD , ST pedig az ABC háromszög középvonala, hiszen felezik PD -t, illetve PC -t, párhuzamosak AB -vel, és féle akkorák, mint AB . Tehát az $ABCD$ tetraéderben P , Q , R , S , T , U valóban élfelezőpontok.

Ebben az esetben tehát végtelen sok megoldás van.