

Ha ab páros, akkor a és b közül az egyik páratlan, a másik páros, vagy mindkettő páros.
Az első esetben $a^2 + b^2$ kettőnél nagyobb páratlan szám, alkalmas $k \geq 1$ választásával

$$a^2 + b^2 = 2k + 1 = (k + 1)^2 - k^2,$$

így $d = k + 1$, $c = k$ a feladat követelményeinek megfelel.

A második esetben $a^2 + b^2$ négyenél nagyobb, 4-gyel osztható szám. Tehát ismét alkalmas $k \geq 1$ választással

$$a^2 + b^2 = 4k + 4 = (k + 2)^2 - k^2,$$

így $d = k + 2$, $c = k$ a követelményeknek ismét megfelel.

Végül ha ab páratlan, akkor a és b is páratlan, vagyis

$$a^2 + b^2 = 4 \left[\left(\frac{a-1}{2} \right)^2 + \left(\frac{b-1}{2} \right)^2 + \frac{a-1}{2} + \frac{b-1}{2} \right] + 2$$

négyvel osztva 2 maradékot ad. Ha volna megfelelő c és d , akkor

$$a^2 + b^2 = d^2 - c^2 = (c + d)(d - c)$$

miatt $c + d$ és $c - d$ közül az egyiknek párosnak, másiknak páratlannak kellene lennie, ami nem lehet, mivel összegük, $2c$, páros. Így ebben az esetben valóban nem található a feltételeknek eleget tevő c és d természetes szám.