$$\sqrt{x+a\sqrt{x}+b}=c. \tag{1}$$

Az (1) egyenletet emeljük négyzetre. Ez nem ekvivalens átalakítás, hamis gyök *jöhet be*, a megoldáshalmazból majd azokat ki kell zárni. Mindjárt csoportosítva, a következőt kapjuk:

$$\left(\sqrt{x}\right)^2+a\sqrt{x}+(b-c^2)=0. \tag{2}$$

Ez másodfokú egyenlet $\sqrt{x}$-re. Tudjuk, hogy ha egy másodfokú egyenletben a másodfokú tag együtthatója nem nulla, annak 0, 1 vagy 2 megoldása van. Most is ez a helyzet, (2)-nek 0 vagy 1, vagy 2 gyöke lehet a hamis gyökökkel együtt.

Vagyis az (1) egyenletnek sosem lehet végtelen sok megoldása.

Kiss Attila (Budapest, Könyves Kálmán Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. A feladat szövegéből sajnálatos módon egy $\sqrt{x}$ lemaradt. Az eredeti feladat így szólt:
Milyen összefüggés van az a, b, c paraméterek között, ha az alábbi egyenletnek végtelen sok megoldása van?

$$\sqrt{x+a\sqrt{x}+b}+\sqrt{x}=c. \tag{3}$$

Megoldás. Az egyenletet rendezés után négyzetre emelve

$$(a+2c)\sqrt{x}=(c^2-b). \tag{4}$$

Amennyiben (3) végtelen sok x-re teljesült, (4)-nek is végtelen sok x-re kell teljesülnie, ami viszont csak úgy lehet, ha

$$a=-2c \quad \text{és} \quad b=c^2. \tag{5}$$

Ezeket (3)-ba visszahelyettesítve, $\sqrt{x-2c\sqrt{x}+c^2}+\sqrt{x}=c$, azaz $|c-\sqrt{x}|+\sqrt{x}=c$, vagyis az kell, hogy $\sqrt{x}\le c$ teljesüljön végtelen sok x-re. Ez pedig pontosan akkor áll, ha

$$0<c. \tag{6}$$

Így (5) és (6) összefüggéseknek kell teljesülniük, ha (3)-nak végtelen sok megoldása van, és ha ezek teljesülnek, (3)-nak végtelen sok megoldása van.

Bene Gyula (Miskolc, Földes F. Gimn., II. o. t.)