

a) A 4×4 -es sakktáblánál minden lépésben 4 mező színét változtatjuk az ellenkezőjére. Ez azt jelenti, hogy a változtatás során a fekete mezők száma 0-val, 2-vel vagy 4-gyel változik meg, attól függően, hogy eredetileg e négy mező közül hány volt fekete. Így az egész sakktáblán bár a fekete mezők száma megváltozhat, azok számának *párossága* változatlan marad. S mivel kezdetben egyetlen, azaz páratlan sok fekete mező volt, azért semelyik lépés után sem maradhat páros sok fekete mező a sakktáblán, így nulla sem. Így tehát nem lehet elérni, hogy a sakktábla minden mezője fehér legyen.

b) Ugyanez az ötlet az 5×5 -ös sakktábla esetében már nem használható. Egy lépésben ugyanis 5 mező színét kell megváltoztatnunk, és ezzel a fekete mezők száma 1-gyel, 3-mal vagy 5-tel változik meg. A fekete mezők száma tehát minden második lépés után páros lesz. De miért kell nekünk az egész sakktáblát figyelembe vennünk? Hát ha ki tudunk választani néhány mezőt (köztük azt, amelyet eredetileg feketére festettünk) úgy, hogy ezekben a mezőkben együttvéve a fekete mezők száma csak páratlan lehet. Valóban, ha bármelyik 4×4 -es „részsakktáblát” választjuk ki, az egész sakktáblán végrehajtott minden egyes lépés folyamán a rész-sakktáblában vagy egyetlen egyet sem, vagy pontosan négy mező színét változtattuk az ellenkezőjére. Így a rész-sakktáblában található fekete mezők párossága nem változik. Másrészt akárhol is van a nagy sakktáblán a kezdeti fekete mező, az belefoglalható egy 4×4 -es részsakktáblába is, és abban a fekete mezők száma mindig páratlan marad. Így minden lépés után már ebben a részsakktáblában is legalább egy fekete mező marad, tehát az 5×5 -ös sakktáblánál sem érhetjük el, hogy minden mező fehér legyen.