

Egy rögzített  $m$ -re az (a) vagy a (b) feltétel csak akkor teljesülhet minden  $x$  értékre, ha  $K$  minden  $x$ -re értelmezhető, és értéke sehol sem nulla. Ez pedig akkor következik be, ha  $K$ -nak sem a számlálója, sem a nevezője nem nulla, vagyis a számláló és a nevező – és ezzel együtt  $K$  is – állandó előjelű. A számláló és nevező pontosan akkor állandó előjelű, ha a számlálóban és a nevezőben szereplő két másodfokú polinom diszkriminánsa negatív:

$$\begin{aligned} 6^2(m+6)^2 - 4(m^2+10m+24)(m^2+2m-24) &= (m+6)^2(100-4m^2) < 0 \\ 8^2(m-6)^2 - 4(m^2-9m+18)(m^2-3m-18) &= (m-6)^2(100-4m^2) < 0 \end{aligned}$$

A két feltételt egybefogva

$$(2) \quad |m| \neq 6 \quad |m| > 5.$$

Tudjuk tehát, hogy (2)-nek teljesülnie kell ahhoz, hogy vagy (a) vagy (b) teljesüljön, és tudjuk azt is, hogy ha (2) teljesül, akkor  $K$  értéke vagy pozitív minden  $x$ -re, vagy negatív minden  $x$ -re. Tehát azt, hogy a (2)-nek eleget tevő  $m$  értékek közül melyekre lesz  $K$  értéke pozitív vagy negatív, úgy állapíthatjuk meg, hogy megnézzük  $K$  előjelét egy tetszőleges  $x$  helyen. Legyen például  $x = 0$ , ekkor

$$K(0) = \frac{m^2 + 10m + 24}{m^2 - 3m - 18} = \frac{(m+4)(m+6)}{(m-6)(m+3)}.$$

Látható, hogy a számláló akkor pozitív, ha  $-4 < m$  vagy  $m < -6$ , és negatív, ha  $-6 < m < -4$ ; a nevező pedig pozitív, ha  $6 < m$  vagy  $m < -3$ , és negatív, ha  $-3 < m < 6$ .

Tehát  $K(0)$  pozitív az  $|m| > 6$ ;  $-4 < m < -3$  értékekre és negatív, ha  $-6 < m < -4$ ;  $-3 < m < 6$ . Ha ezt összevetjük a (2) feltétellel, kapjuk, hogy

- (a)  $K$  pontosan akkor pozitív minden  $x$ -re, ha  $|m| > 6$ ;
- (b)  $K$  pontosan akkor negatív minden  $x$ -re, ha  $5 < |m| < 6$ .