

I. megoldás. Könnyen látható, hogy van olyan kör, amelyik 1976 ponton megy át. Megmutatjuk, hogy több pont nem lehet egy körön.

Tekintsünk egy k kört, mely bizonyos felezőpontokat tartalmaz, és a sokszögnek azokat az átlóit, melyeknek éppen ezek a felezőpontjai, (ha ez nem volna egyértelmű, az egyik ilyen átlót). Ha a sokszög minden egyes csúcsából a fenti átlók közül legfeljebb 2 fut ki, akkor az átlók száma legfeljebb 1976, mert minden átlót két csúcsonál vettünk számításba. Így a körön levő felezőpontok száma ugyancsak legfeljebb 1976.

Ha nem az előbbi eset áll fenn, akkor van a sokszögnek egy olyan A csúcsa, hogy ebből a csúcsonál legalább 3 kiinduló átló felezőpontja van a k_1 körön. E három felezőpont nyilván különböző, így meghatározza k -t. Másrészt, ha a sokszög köré írt kört az A pontból felére kicsinyítjük, a kapott k_1 kör tartalmazza az A -ból kiinduló átlók felezőpontjait. Így kell, hogy k_1 azonos legyen k -val. k -n biztosan rajta van az A -ból induló valamennyi átló felezőpontja (köztük a sokszög köré írt kör O középpontja), ez összesen 1975 pont.

Most belátjuk, hogy más felezőpont nem lehet k_1 -en.

Legyen d egy átló és ennek F felezőpontja legyen rajta k -n. Mivel a kör középpontját a húr felezőpontjával összekötő szakasz merőleges a húrra, ezért $OF \perp d$, s mivel AO a k körben átmérő, így Thalész tétele szerint d -nek át kell mennie k átmérőjének másik végpontján, A -n. Így valóban csak az A -n átmenő átlók felezőpontjai lehetnek rajta k -n.

Azaz a kijelölt pontok közül legfeljebb 1976 lehet egy körön.

II. megoldás. Húzzuk meg a sokszög egyik csúcsából kiinduló összes átlót (oldalt is), ezek közül egy a sokszög köré írt k kör átmérője, a többi páronként erre az átmérőre szimmetrikus. Így $\frac{1975-1}{2} = 987$ különböző hosszúságú átlót kapunk. Ezen átlók mindegyike a sokszög köré írt kör O középpontjától különböző távolságra van. Rajzoljunk ezen távolságok mindegyikével O körül kört. Így 987 koncentrikus kört kaptunk. Tudjuk, hogy ha egy körbe egyenlő hosszúságú hurokat írunk, ezek felezőpontjainak mértani helye egy, az eredeti körrel koncentrikus kör lesz, amelynek sugara a húrnak a középponttól vett távolsága. A 987 kör bármelyikét kiválasztva, ez tehát tartalmazza az összes egyenlő hosszúságú átlók felezőpontját. Egyenlő hosszúságú átló a sokszögben 1976 húzható, így mindegyik koncentrikus körön 1976 felezőpont van.

Most tekintsünk egy kört, mely az eddigiektől különbözik. Ez a kör a 987 kör mindegyikét legfeljebb 2 pontban metszheti, azaz 1974 felezőpontot tartalmaz, esetleg még az O -t is. Ez összesen 1975 felezőpont.

Ismét azt láttuk tehát, hogy a felezőpontok közül legfeljebb 1976 lehet egy körön.