Jelöljük, a $\sqrt{2}$ nagyságú oldalakhoz tartozó középponti szöget $\alpha$-val, a $\sqrt{24}$-hez tartozót $\beta$-val. Mivel a sokszög konvex, a kerületén körbejárva egy irányban egyszer kerüljük meg a kör középpontját, így

$$6\alpha + 6\beta = 360^\circ, \qquad \alpha + \beta = 60^\circ.$$

Biztosan van a sokszögnek olyan csúcsa, amelyben egy $\sqrt{2}$ és egy $\sqrt{24}$ nagyságú oldal csatlakozik egymáshoz, jelöljük ezek egyikét $B$-vel, a szomszédos csúcsok közül $A$ legyen a $\sqrt{2}$, $C$ a $\sqrt{24}$ nagyságú oldal másik végpontja. A kör középpontját jelöljük $O$-val. Az $ABCO$ négyszög $A$-nál, $B$-nél, $C$-nél levő szögének összege $360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$, és mivel az $ABO$, $BCO$ háromszögek egyenlő szárúak,

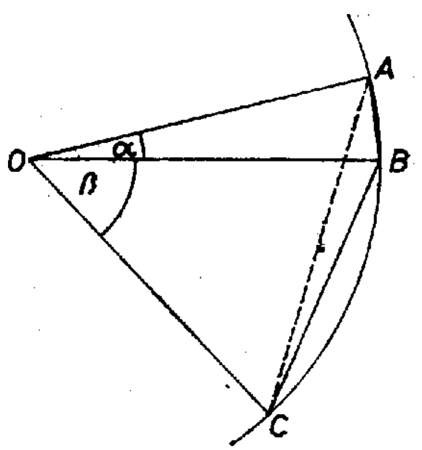
$$OAB\sphericalangle = ABO\sphericalangle, \qquad OBC\sphericalangle = BCO\sphericalangle,$$

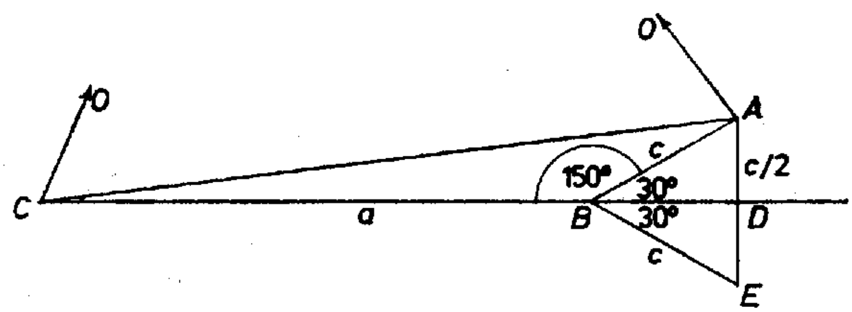
tehát a négyszög $B$-nél levő szöge egyenlő az $A$-nál, $C$-nél levő szögek összegével:

$$ABC\sphericalangle = 150^\circ. \tag{1}$$

Legyen általában egy $ABC$ háromszögben $AB = c$, $BC = a$, és $ABC\sphericalangle = 150^\circ$. Jelöljük $A$-nak a $BC$ egyenesen levő vetületét $D$-vel, és $A$-nak $D$-re vonatkozó tükörképét $E$-vel. Az $ABD$ háromszög derékszögű, és

$$ABD\sphericalangle = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ.$$




Emiatt $ABE$ szabályos háromszög, és

$$AD = c/2, \qquad BD = c\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Az $ACD$ derékszögű háromszögben Pitagorasz tétele szerint

$$AC^2 = \left(a + c\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = a^2 + c^2 + ac\sqrt{3}. \tag{2}$$

Esetünkben $a = \sqrt{24}$, $c = \sqrt{2}$, tehát $AC^2 = 24 + 2 + \sqrt{24 \cdot 2 \cdot 3} = 38, \quad AC = \sqrt{38} = 6{,}164$.

*Megjegyzés.* Megkaphattuk volna (2)-t (1)-ből a cosinus-tétel segítségével is. Megoldásunkban tulajdonképpen elmondtuk a tétel bizonyítását az $ABC\sphericalangle = 150^\circ$ eset adta egyszerűsítésekkel élve.