

Ahhoz, hogy az öt összeállított szám szorzata a lehető legnagyobb legyen, mindenképpen az kell, hogy mindegyik számban a tízes helyiértékű jegy nagyobb legyen az egyes helyiértékű jegynél. Ha ez nem így lenne, a számot „megfordítva”, a számok szorzata biztosan nőne.

Így a tíz számjegy közül a legnagyobb, a 9-es biztosan tízes helyiértékű, a legkisebb, a 0 pedig egyes helyiértékű. Megmutatjuk, hogy ennek a két számjegynek egy számban kell szerepelnie. Ugyanis ha a 9 az  $a$  számjeggyel, a 0 pedig a  $b$  számjeggyel szerepelne együtt, akkor e két szám szorzata kisebb lenne, mintha a 0-t és az  $a$  számjegyet felcserélnénk:

$$(10 \cdot 9 + a)(10 \cdot b + 0) = 900b + 10ab < 900b + 10 \cdot a \cdot 9 = (10 \cdot 9 + 0)(10b + a),$$

hiszen  $b < 9$ . Így az egyik kétjegyű szám feltétlenül a 90.

Hasonlóképpen a következő legnagyobb, illetve legkisebb számjegyek, a 8-nak és az 1-nek megint egy számban kell szerepelnie, mivel ha azok a  $c$ , illetve  $d$  számjegyekkel együtt szerepelnének, akkor az 1-et és  $c$ -t felcserélve a szorzat megint csak nőne:

$$(10 \cdot 8 + c)(10 \cdot d + 1) = 810d + 80 + c + 10(c - 1)d < 810d + 80 + c + 10(c - 1) \cdot 8 = (10 \cdot 8 + 1)(10 \cdot d + c).$$

Ugyanígy kapjuk azt, hogy a 7 és 2, a 6 és 3, valamint az 5 és 4 számjegyek egy számban fognak szerepelni. Így a keresett öt kétjegyű szám: 90, 81, 72, 63 és 54, szorzatuk pedig, 1 785 641 760.

*Megjegyzés.* Az érkezett dolgozatok között csak igen kevés hibátlan akadt. Megoldóink többsége indoklás nélkül kijelentette, hogy az 5, 6, ..., 9 számjegyeknek elől kell szerepelniük, noha ennek bizonyítása nem is olyan egyszerű. Volt olyan megoldó, aki avval érvelt, hogy „a matematikában van logika, és az egyetlen logikus összeállítás a fenti”. Ez a „megoldás” természetesen a hibásak közé került.