

$$(1) \quad (x+2)^4 - x^4 = y^3.$$

Bevezetve az $x+1 = u$ és $y/2 = v$ jelöléseket, egyenletünk a következőképpen alakul:

$$(2) \quad u^3 + u = v^3.$$

Ha az x , y egész számokra (1) teljesül, akkor (2)-ből látható, hogy v^3 egész szám, másrészt v racionális (hiszen egy egész szám fele), ami csak úgy lehetséges, ha v maga is egész. A továbbiakban ezért csak (2) egész megoldásait keressük. Az

$$(u+1)^3 - (u^3 + u) = \frac{(3u+1)^2}{3} + \frac{2}{3} > 0,$$

valamint

$$(u^3 + u) - (u-1)^3 = \frac{(3u-1)^2}{3} + \frac{2}{3} > 0$$

azonosságok miatt minden u -ra

$$(u+1)^3 > u^3 + u > (u-1)^3,$$

tehát $u^3 + u$ csak úgy lehet egy köbszámmal egyenlő, ha $u^3 + u = u^3$, azaz $u = v = 0$. Ekkor $x = -1$, és $y = 0$, ez tehát (1) egyetlen egész megoldása.