

Ha  $\{a_i\}$  és  $\{b_i\}$  barátságos sorozatok, akkor  $a_1 = b_1 = 1$ , hiszen az 1 mint két természetes szám szorzata csak  $1 \cdot 1$  alakban állítható elő. Tegyük fel, hogy  $\{a_i\}$  és  $\{b_i\}$ , valamint  $\{a_i\}$  és  $\{c_i\}$  is barátságos sorozatok, de  $\{b_i\}$  és  $\{c_i\}$  különbözők. Ez azt jelenti, hogy van olyan szám, ami az egyikben benne van, a másikban nincs. Jelöljük a legkisebb ilyen  $q$ -val és legyen a  $q$ -t nem tartalmazó sorozat  $\{b_i\}$ . Mivel  $q$  természetes szám és  $\{a_i\}$ ,  $\{b_i\}$  barátságos sorozatok,  $q$  előállítható  $a_k b_i$  alakban. A  $q$  nem eleme a  $\{b_i\}$  sorozatnak, azért  $b_i < q$ . Másrészt  $q$  volt a legkisebb olyan szám, amelyet az egyik sorozat tartalmazott, a másik nem, így  $b_i$  a  $\{c_i\}$  sorozatnak is eleme. Ekkor viszont a  $q = 1 \cdot q = a_k \cdot b_i$  kétféleképpen állítható elő  $a_i c_j$  alakban, tehát  $a_i$  és  $c_i$  mégsem barátságos sorozatok. Ellentmondásra jutottunk, ami éppen az állítást bizonyítja.

*Surány Gábor* (Budapest, I. István Gimn., III. o. t.)