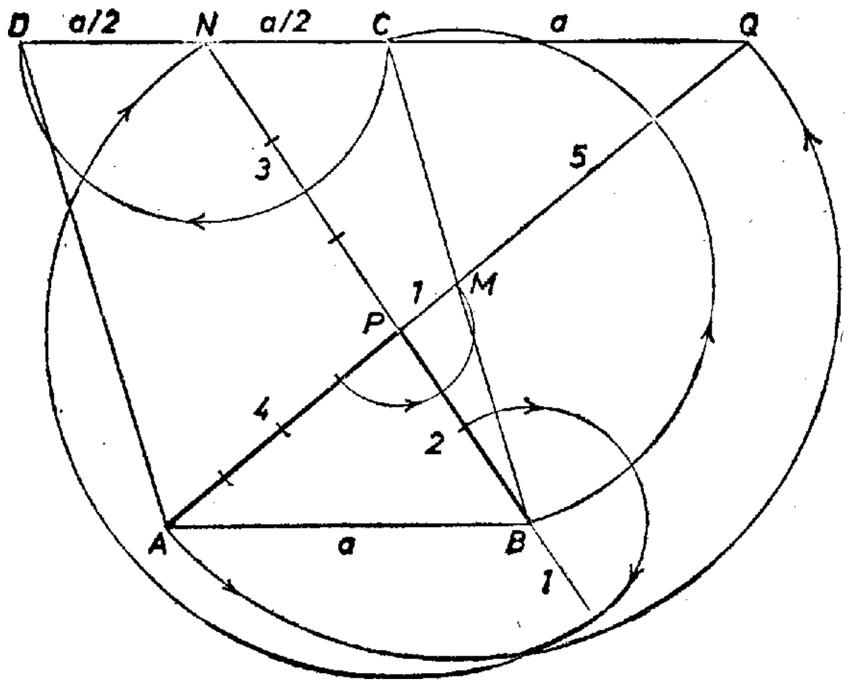
$$(1) \qquad \frac{PM}{AM}=\frac{1}{5} \quad \text{és} \quad \frac{BP}{BN}=\frac{2}{5}.$$



Jelöljük A-nak M-re vonatkozó tükörképét Q-val. (1) alapján

$$\frac{PQ}{PA}=\frac{PM+MQ}{AM-PM}=\frac{\frac{1}{5}+1}{1-\frac{1}{5}}=\frac{3}{2}=\frac{PN}{PB},$$

tehát az ABP, QNP háromszögek hasonlóak, és $QN\|AB$. Q származtatása miatt CQ is párhuzamos AB-vel, így a Q, C, N pontok egy egyenesen vannak, és CD is párhuzamos AB-vel. Az ABP, QNP háromszögek hasonlósága miatt $QN=\frac{3}{2}AB$, tehát $CD=2CN=2(QN-QC)=2\left(\frac{3}{2}-1\right)AB=AB$. Emiatt az $ABCD$ négyszögben CD nemcsak párhuzamos, de egyenlő is AB-vel, vagyis a négyszög paralelogramma.

Megfordítva, ha $ABCD$ paralelogramma, az ABP, QNP háromszögek QN és AB párhuzamossága miatt hasonlóak, és megfelelő oldalaik aránya $AB=CD$ miatt $3:2$. Tehát

$$\frac{BP}{BN}=\frac{BP}{BP+PN}=\frac{1}{1+\frac{3}{2}}=\frac{2}{5},$$

$$\frac{PM}{AM}=\frac{\frac{1}{2}(AP+PQ)-AP}{\frac{1}{2}(AP+PQ)}=\frac{3-2}{3+2}=\frac{1}{5}.$$

Eszerint (1) minden paralelogrammában igaz, így (1) alapján biztos, hogy nem lehet többet mondani a négyszögről annál, hogy az paralelogramma.

Molnár István (Győr, Révai M. Gimn., II. o. t.)