

$$\begin{aligned}
(1) \quad & x + y - z = 4 \\
(2) \quad & x^2 + y^2 - z^2 = 12 \\
(3) \quad & x^3 + y^3 - z^3 = 34.
\end{aligned}$$

Az alábbi, könnyen igazolható (és időnként jól használható) összefüggéseket fogjuk felhasználni:

$$\begin{aligned}
(4) \quad & x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy \\
(5) \quad & x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y).
\end{aligned}$$

(1)-bőt fejezzük ki  $(x + y)$ -t, és (4), illetve (5) felhasználásával helyettesítsük (2) és (3)-ba:

$$\begin{aligned}
(6) \quad & (z + 4)^2 - 2xy - z^2 = 12, \\
(7) \quad & (z + 4)^3 - 3xy(z + 4) - z^3 = 34.
\end{aligned}$$

(6) szerint  $xy = 4z + 2$ , amit (7)-be téve és a kapott egyenletet átrendezve azt kapjuk, hogy  $6 = 6z$ , azaz  $z = 1$ . Ekkor  $xy = 4z + 2 = 6$  és (1) -ből  $x + y = z + 4 = 5$  következik, tehát  $x$  és  $y$  az  $u^2 - 5u + 6 = 0$  egyenlet gyökei:  $x = 2, y = 3$  vagy  $x = 3, y = 2$ .

Így az egyenletrendszer megoldásai csak

$$x = 2, y = 3, z = 1, \quad \text{valamint} \quad x = 3, y = 2, z = 1$$

lehetnek, és hogy ezek valóban megoldások, arról visszahelyettesítéssel győződhetünk meg.