

Nézzük meg mit mondanak egyenlőtlenségeink az a értékéről. Gyűjtsük össze mindhárom egyenlőtlenségben az a -t tartalmazó tagokat az egyik oldalra! Így a következő három, az eredetivel ekvivalens egyenlőtlenségeket kapjuk:

$$(2) \quad a < c + d - b$$

$$(3) \quad a(c + d - b) < cd - bc - bd$$

$$(4) \quad a(cd - bc - bd) < -bcd$$

A feladat kikötése szerint a, b, c, d mindannyian pozitív számok. Ezért (2) miatt $c + d - b$ is pozitív. Így (3) bal oldala is pozitív, tehát jobb oldala $cd - bc - bd$ is az, végül (4) szerint $-bcd$ is pozitív, ami $b, c, d > 0$ miatt lehetetlen.

Ellentmondásra jutottunk, ami azt jelenti, kiinduló feltételünk közül valamelyik nem igaz. És mivel az egyetlen kiinduló feltételünk az volt, hogy (1) mindhárom egyenlőtlensége teljesül, ezzel éppen a gyakorlat állítását kaptuk.

Kató Ibolya (Csongrád, Batsányi J. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Ha a és b negatív, c és d pozitív számok, úgy (1) mindhárom egyenlőtlensége teljesül. Továbbá (1) három egyenlőtlensége közül bármelyik kettő teljesülhet egyszerre pozitív a, b, c, d számokkal, amiről az $a = b = 1, c = d = 4; a = b = 2, c = 1, d = 4; a = b = 4, c = d = 1$ értékek behelyettesítésével könnyen meggyőződhetünk.