

Ha  $x^7$  értéke megegyezik  $y^8$  értékével, akkor az egyenlet alakja  $2y^8 = z^9$  lesz. Itt a kettes szorzótényezőt célszerűen kihasználhatjuk, ha a hatványalap kettő, vagy kettőnek hatványa. Ebben az esetben  $x^7$  akkor lesz egyenlő  $y^8$ -nal, ha  $x$  2-nek a  $8k$ -ik,  $y$  pedig a  $7k$ -ik hatványa:

$$(2^{8k})^7 + (2^{7k})^8 = z^9,$$

azaz  $2 \cdot 2^{56k} = 2^{56k+1} = z^9$ . Ha  $56k + 1$  osztható 9-cel, akkor már is találtunk olyan,  $x$ ,  $y$  és  $z$  számokat amikre  $x^7 + y^8 = z^9$ . Ha  $k$ -nak kis értékeket adunk, már  $k = 4$ -re azt kapjuk, hogy  $56 \cdot k + 1 = 225 = 9 \cdot 25$ , osztható kilencel:

$$(1) \quad (2^{32})^7 + (2^{28})^8 = (2^{25})^9,$$

azaz  $x = 2^{32}$ ,  $y = 2^{28}$ ,  $z = 2^{25}$  megoldása az egyenletnek.

További gyök előállítására érdekében az (1) egyenlet mindkét oldalát megszorozhatjuk ugyanazzal a számmal. Ahhoz viszont, hogy ezt a szorzót az egyes kitevők alá viessük, a szorzót olyan hatványnak kell választanunk, aminek kitevője osztható az egyenletben szereplő kitevőkkel: 7-tel, 8-cal, 9-cel. Szorozzuk tehát (1)-et  $n^{7 \cdot 8 \cdot 9}$ -cel:

$$(2) \quad (2^{32} \cdot n^{72})^7 + (2^{28} \cdot n^{63})^8 = (2^{25} \cdot n^{56})^9.$$

Mivel itt  $n$  bármilyen pozitív egész szám lehet, az egyenletnek valóban végtelen sok pozitív egész megoldása van.

*Bajnai Gabriella* (Győr, Révai M. Gimn., I. o. t.)