

$$(1) \quad |1 - \sqrt{x-2}|(-x^2 + 4x - 3) = 1.$$

Az (1) egyenlet bal oldalán $\sqrt{x-2}$ szerepel így csak olyan x -ek jönnek számításba, amelyekre $x \geq 2$. Másrészt (1) bal oldalán az első tényező nem negatív, így a második tényezőnek pozitívnak kell lennie, másképpen szorzatuk nem lehetne 1:

$$0 < -x^2 + 4x - 3 = (3-x)(x-1).$$

Innen $1 < x < 3$, vagy az előző korláttal összevetve

$$(2) \quad 2 \leq x < 3.$$

Tehát (1) megoldásait elegendő a (2) feltételt kielégítő x -ek körében keresnünk.

Ha x -re igaz (2), akkor

$$(3) \quad 0 < 1 - \sqrt{x-2} \leq 1$$

(és így az abszolút érték jelek elhagyhatók),

$$(4) \quad 0 < -x^2 + 4x - 3 = 1 - (x-2)^2 \leq 1.$$

Másrészt (1) szerint $1 - \sqrt{x-2}$ és $-x^2 + 4x - 3$ egymás reciprokjai; (3) és (4) szerint mindkettő értéke 0 és 1 közé esik. Ez csak úgy lehetséges, ha mindkettő értéke 1:

$$1 - \sqrt{x-2} = -x^2 + 4x - 3 = 1.$$

Ebből $x = 2$. Mivel ez a (2) egyenlőtlenséget is kielégíti, így $x = 2$ az egyenlet egyetlen megoldása.

Vajda Júlia (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., I. o. t.)