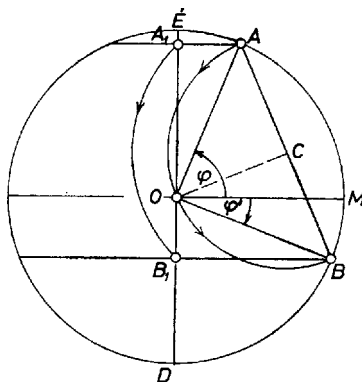


Megmutatjuk, hogy a feladat állítása igaz a (gömb alakúnak vett) Föld minden olyan (az Egyenlítővel párhuzamos) szélességi körpárjára, amelyek földrajzi szélességeinek különbsége 90° . Ennek egyedi esete a versenyfeladatban szereplő két fontos kör, ezekre is $66^\circ 33' - (-23^\circ 27') = 90^\circ$.

Legyenek a Föld sarkai \vec{E} és D , középpontja O , az Egyenlítő egy pontja M , továbbá az \vec{EMD} délkör (meridiánkör, ami geometriai szempontból félkör!) két pontja A és B – az északi, illetve a déli félgömbön – úgy, hogy A szélességét $\angle MOA = \varphi$ -vel jelölve, B szélessége $\varphi' = (-90^\circ - \varphi) = \varphi - 90^\circ$, tehát $\varphi - \varphi' = 90^\circ$.



A délkört (és teljes körre kiegészítő félkörét) az Egyenlítő síkja az D forgástengelyre merőleges átmérőben metszi, A és B párhuzamos körének síkja pedig egy-egy az \vec{ED} -re merőleges húrban, hiszen e három sík merőlegesen áll \vec{ED} -re. Jelöljük a két húr felezőpontját rendre A_1 -gyel, B_1 -gyel. Ezek egyben középpontjai a két párhuzamos körnek, így állításunk

$$A_1B_1 = A_1A + B_1B.$$

Tekintsük az AB húr C felezőpontját. Ez az ABO egyenlő szárú derékszögű háromszög köré írt kör középpontja, így a C körüli 90° -os elfordítás A -t O -ba, O -t B -be viszi, egyszersmind A_1 -et B_1 -be, hiszen az OAA_1 derékszögű háromszög AA_1 , OA_1 befogói az elfordítás után merőlegesen állnak eredeti helyzetükre, tehát A_1 új helyzete rajta lesz az OD , BB_1 egyenesek mindegyikén. Eszerint $OB_1 = AA_1$ és $B_1B = A_1O$.

Mivel a felvétel miatt O az A_1B_1 szakasz belső pontja, azért

$$A_1B_1 = A_1O + OB_1 = B_1B + AA_1.$$

Ezzel bebizonyítottuk a magunk állítását és az előrebocsátottak szerint a feladat állítását is.

Megjegyzés. Emlékeztetünk arra, hogy a Baktérítő az a legdélibb párhuzamos kör, amelynek pontjaiban még van az évnek olyan napja, hogy a Napot délben a zenitben látják, vagyis egy függőleges botnak nincs árnyéka. Ez december 21-én vagy 22-én van, mialatt a Nap az égbolton a Bak csillagképben halad. Az Északi-sarkkör pedig az a párhuzamos kör, amelyen – és tőle északra – van olyan nap, amelyen a Nap nem emelkedik a látóhatár fölé. Magán a sarkkörön ez csak december 21. napja, a légkör okozta fényelhajlást leszámítva; az Északi-sark felé haladva az ilyen napok száma emelkedik, magán a Sarkon közel fél év ez az időszak.

Ezek magyarázzák, hogy a szélességkülönbség 90° . Amikor ugyanis a Nap a Baktérítő egy pontja fölött áll, akkor a Föld megvilágított félgömbjét határoló főkör érinti az Északi-sarkkört, alkalmas irányból nézve ezt a főkört, az Egyenlítőhöz $66^\circ 33'$ szöggel hajló átmérőnek látjuk.