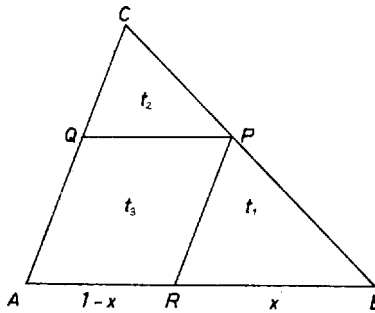


Az ABC háromszög BC oldalán felvett P ponton át AB , ill. AC -vel húzott párhuzamos messe a szemközti oldalakat rendre Q -ban és R -ben. Az ABC háromszög területét jelöljük T -vel, az RBP háromszög területét t_1 -gyel, a QPC háromszög területét t_2 -vel, az $ARPQ$ paralelogramma területét t_3 -mal, az RB szakaszt x -szel, és legyen az AB oldal egységnyi.



1. ábra

Az RBP , QPC és ABC háromszögek hasonlóak, ezért területeik úgy aránylanak egymáshoz, mint megfelelő oldalaik négyzetei. Ennek ismeretében írjuk fel a keletkezett 3 rész területét.

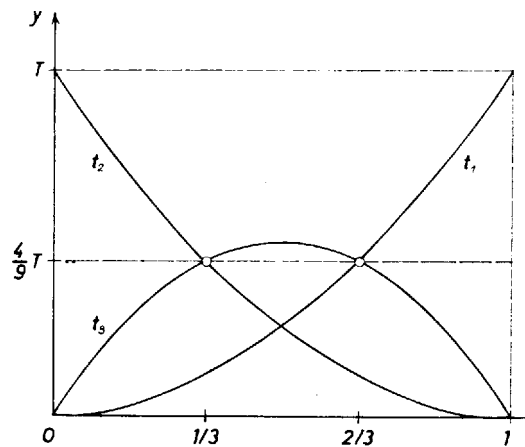
$$t_1:T = x^2:1, \quad \text{ahonnan} \quad t_1 = Tx^2.$$

Hasonlóképpen kapjuk, hogy

$$t_2 = T(1-x)^2, \quad \text{és}$$

$$t_3 = T - (t_1 + t_2) = 2Tx(1-x).$$

Ábrázoljuk a 3 területfüggvényt egy koordináta-rendszerben.



2. ábra

Az ábrából leolvashatjuk, de számítással is ellenőrizhetjük, hogy ha

$$0 < x < \frac{1}{3}, \quad \text{akkor} \quad t_2 > T \cdot \frac{4}{9},$$

$$x = \frac{1}{3} \quad \text{esetén} \quad t_2 = t_3 = \frac{4}{9}T,$$

$$x = \frac{2}{3} \quad \text{esetén} \quad t_1 = t_3 = \frac{4}{9}T,$$

$$\frac{2}{3} < x < 1 \quad \text{esetén} \quad t_1 > \frac{4}{9}T,$$

és ha

$$\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}, \quad \text{akkor} \quad t_3 > \frac{4}{9}T.$$

Tehát mindig van a részek között olyan, amelynek területe a háromszög területének $4/9$ része.