

A feladat megoldásához elég tekintenünk a kérdéses összeg utolsó számjegyét. Ha  $n \geq 5$ , akkor  $n!$  (olvasd:  $n$  faktoriális) 0-ra végződik, vagyis 10-zel osztható, hiszen törzstényezőként szerepel benne a 2 és az 5. Tehát ha  $n \geq 4$ , akkor az  $1! + 2! + \dots + n!$  összeg ugyanarra a számjegyre végződik, amire az  $1! + 2! + 3! + 4! = 33$ , azaz 3-ra. De olyan négyzetszám nincs, aminek utolsó számjegye 3, hiszen egy szám utolsó jegyének négyzete nem végződhet hármásra ( $1^2 = \mathbf{1}$ ,  $2^2 = \mathbf{4}$ ,  $3^2 = \mathbf{9}$ ,  $4^2 = \mathbf{16}$ ,  $5^2 = \mathbf{25}$ ,  $6^2 = \mathbf{36}$ ,  $7^2 = \mathbf{49}$ ,  $8^2 = \mathbf{64}$ ,  $9^2 = \mathbf{81}$ ,  $0^2 = \mathbf{0}$ , ezek utolsó jegyei között nem szerepel hármás). Így az  $1! + 2! + \dots + n!$  kifejezés  $n \geq 4$  esetén nem lehet teljes négyzet.

Vizsgáljuk meg  $n < 4$  esetén az összeget:

$$\begin{aligned} n = 1, & \quad 1! = 1 = 1^2, \text{ ez négyzetszám,} \\ n = 2, & \quad 1! + 2! = 3, \text{ nem négyzetszám,} \\ n = 3, & \quad 1! + 2! + 3! = 9 = 3^2, \text{ ez is négyzetszám.} \end{aligned}$$

Tehát  $n = 1$  és  $n = 3$  esetben lesz az összeg teljes négyzet.