

Keressünk ilyen számot. Mivel a számnak 5-nél nagyobbak kell lennie, s az 5-nél nagyobb számok 6-os számrendszerben már kétjegyűek, a számunknak legalább kétjegyűnek kell lennie. A szám tízes számrendszerbeli alakjából a számjegyek sorrendjének megfordításával kapjuk a szám hatos számrendszerbeli alakját, így a szám hatos számrendszerben legfeljebb annyi számjeggyel leírt szám lehet, mint a tízes számrendszerben. Viszont a legnagyobb ötjegyű, 6-os rendszerben leírt szám $6^5 - 1 = 7775$ tízes számrendszerben csak négyjegyű, azért biztos, hogy tízes számrendszerben legalább öt jeggyel leírható számok hatos számrendszerbeli alakjában több jegy lesz, mint tízes számrendszerbeli alakjukban. Így a feladatbeli számok legfeljebb négyjegyűek lehetnek.

Mivel hatos számrendszerben csak 0 – 5 számjegyek vannak, azért számunkban is csak ezek a számjegyek fordulhatnak elő.

S végül: a szám tízes számrendszerbeli alakjában az első számjegy nem lehet nulla. Ezek után vizsgáljuk külön-külön a két számjeggyel, hárommal, valamint négygyel leírható számokat.

I. A két számjeggyel leírható szám legyen AB . Ez tízes számrendszerben van, hatos számrendszerbeli alakja BA , azaz

$$\begin{aligned} 10A + B &= 6B + A, \\ 9A &= 5B, \end{aligned}$$

azaz B osztható 9-cel. De $B \leq 5$ miatt $B = 0$ lehet csak, ekkor $A = 0$, amit viszont kizártunk. Így megfelelő kétjegyű szám nincs.

II. Három számjegy esetén $ABC_{10} = CBA_6$, azaz

$$\begin{aligned} 100A + 10B + C &= 36C + 6B + A, \\ 99A + 4B &= 35C \leq 175 \end{aligned}$$

mivel $C \leq 5$. Így az egyenlőség $A \neq 0$ miatt csak $A = 1$ esetben állhat:

$$99 + 4B = 35C.$$

B 0 és 5 közötti szám, így $35C$ -nek 99 és $99+20=119$ között kell lennie. Ide csak $35 \cdot 3 = 105$ esik; azaz $C = 3$ és

$$4B = 105 - 99 = 6,$$

innen B nem lenne egész. Így háromjegyű szám sincsen.

III. Négyjegyű szám esetén $ABCD_{10} = DCBA_6$, azaz

$$\begin{aligned} 1000A + 100B + 10C + D &= 216D + 36C + 6B + A \\ 999A + 94B &= 26C + 215D \leq 26 \cdot 5 + 215 \cdot 5 = 1205 \end{aligned}$$

így egyenlőség csak $A = 1$ esetében állhat:

$$999 + 94B = 26C + 215D$$

Mivel $999 > 990 = 26 \cdot 5 + 215 \cdot 4$, azért $D \leq 5$ miatt csak $D = 5$ állhat fenn:

$$94B = 26C + 76 < 26 \cdot 5 + 76 = 206$$

így $B = 0, 1, 2$ lehetséges csak.

$B = 0$ esetén $0 = 26C + 76$, nem lehet

$B = 1$ esetén $26C = 94 - 76 = 18$, nem lehet

$B = 2$ esetén $26C = 188 - 76 = 112$, nem többszöröse 26-nak.

Így négyjegyű szám nincs.

A megoldás elején említettek szerint négynél többjegyű számok hatos számrendszerbeli alakja több mint négyjegyű, így a megoldást befejeztük.