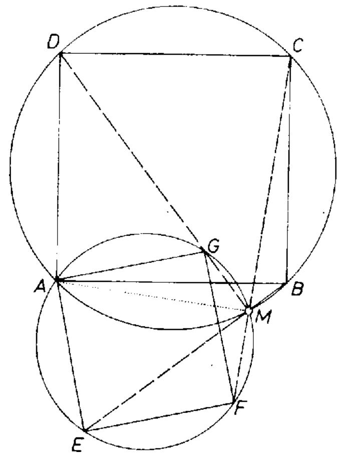
Forgassuk el A körül az ABE háromszöget úgy, hogy B D-be kerüljön. Mivel a négyzetek körüljárása megegyezik, ekkor E G-be kerül, és a BE egyenes DG-be.



Emiatt e két egyenes merőleges egymásra, így biztosan metszik egymást, jelöljük a metszéspontjukat M-mel. M-ből a BD szakasz $90°$-os szögben látszik, tehát M rajta van az $ABCD$ négyzet köré írható körön, ami viszont azt jelenti, hogy M-ből AC is $90°$-os szög alatt látszik. Hasonlóan kapjuk, hogy M-ből AF is $90°$-os szög alatt látszik, tehát AM-re CM is és FM is merőleges, vagyis a C, F, M pontok egy egyenesen vannak.

A feladat állítását ezzel bebizonyítottuk, meg kell még vizsgálnunk azokat az eseteket, amikor a bizonyításban szereplő egyenesek nincsenek egyértelműen meghatározva. Ha B azonos E-vel a két négyzet azonos, ekkor ugyan a feladatban szereplő egyenesek sem meghatározottak, de ha a feladat állítását úgy módosítjuk, hogy megadható három, egymást egy pontban metsző egyenes, melyek rendre átmennek a B, E; C, F; D, G pontokon, e módosítás már igaz lesz ebben az esetben is. Ha M C-vel vagy F-fel azonos, CM vagy FM ugyan nem meghatározott, de a C, F, M pontok nyilvánvalóan egy egyenesen vannak. Ha M A-val azonos, E az AB, G az AD egyenesen van, a két négyzet centrálisan hasonló, és a feladat állítása ismét nyilvánvalóan igaz.

Megjegyzések. **1.** Definiálhatjuk M-t az $ABCD$, $AEFG$ négyzetek köré írható köreinek a metszéspontjaként is, ekkor a kerületi szögek tétele alapján láthatjuk be, hogy AM-mel az MB, ME; MC, MF; MD, MG egyenesek rendre egyenlő szögeket zárnak be.

2. Forgassuk el a CF egyenest A körül pozitív irányban is, negatív irányban is, majd a kapott egyenesekre alkalmazzunk ugyancsak A centrumú $\sqrt{2}:1$ arányú kicsinyítést. E transzformációkat kétféleképpen hajthatjuk végre: a) merőlegest bocsátunk A-ból CF-re, és a merőleges talppontjában megrajzoljuk a CF-fel $45°$-os szöget bezáró egyeneseket; b) alkalmazzuk a C, F pontokra a mondott transzformációkat. Mivel a két eljárás ugyanarra az eredményre vezet, kapjuk, hogy a BE, és DG egyenesek ott metszik CF-t ahova A merőleges vetülete esik.

3. Alkalmazzunk a CF egyenesre A centrumú, $2:1$ arányú kicsinyítést, és jelöljük az új egyeneseknek a BE, DG egyenesen levő pontjait K-val, illetve L-lel. Mivel BE, DG $45°$-os szöget zár be AM-mel, az $AKML$ négyszög négyzet. Ezzel válaszoltunk az 1974. évi országos Középiskolai Tanulmányi Versenyek II. fordulójának matematika II. tagozatú osztályokban szereplő 1. feladatának a kérdésére (KÖMAL 49. 103. oldal). Feladatunk tulajdonképpen ennek a feladatnak az átfogalmazásából származott.