

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \frac{x(z-1)}{y-1} = 3, \\
 (2) \quad & \frac{x^2(z^2-1)}{y^2-1} = -3, \\
 (3) \quad & \frac{x^3(z^3-1)}{y^3-1} = 9.
 \end{aligned}$$

Az (1) egyenlet segítségével alakítsuk át (2)-t; valamint (3)-t:

$$-3 = \frac{x(z-1)}{y-1} \cdot \frac{x(z+1)}{y+1} = 3 \cdot \frac{x(z+1)}{y+1},$$

ahonnan

$$(4) \quad \frac{x(z+1)}{y+1} = -1.$$

Hasonlóképpen (3)-ból és (1)-ből:

$$(5) \quad \frac{x^2(z^2+z+1)}{y^2+y+1} = 3.$$

Az  $y \neq 1$ , valamint  $y \neq -1$  feltételek mellett (1) és (4) ekvivalens az

$$\begin{aligned}
 xz - x &= 3y - 3 \\
 xz + x &= -y - 1
 \end{aligned}$$

egyenletekkel, ahonnan

$$(6) \quad xz = y - 2, \quad \text{valamint} \quad x = 1 - 2y.$$

Ezeket az értékeket az (5)-ből rendezéssel adódó

$$(xz)^2 + x(xz) + x^2 = 3y^2 + 3y + 3$$

egyenletbe helyettesítve, rendezés után a  $-6y = 0$  egyenletet kapjuk. Így  $y = 0$ . (6)-ból először  $x$ , majd  $z$  értéket határozhatjuk meg:  $x = 1$ ,  $z = -2$ . Mivel  $y$  kapott értéke 1-től és  $-1$ -től különbözik, így  $x = 1$ ,  $y = 0$ ,  $z = -2$  megoldása az egyenletrendszernek, és más megoldás nincs.

*Perge Loránt* (Eger, Gárdonyi G. Gimn., III. o. t.)