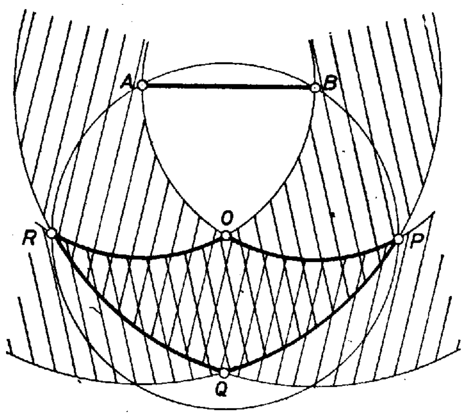
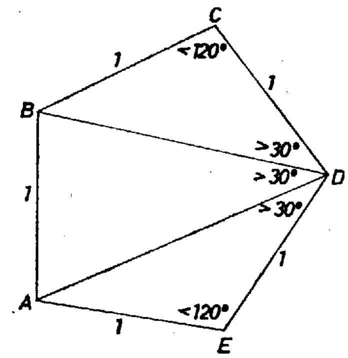
Válasszuk egységnek az ötszög oldalát, és jelöljük a legnagyobb szög nagyságát ω-val, a legkisebbét ϱ-val. A feladat feltevése szerint $\omega < 120^\circ$, és azt kell belátnunk, hogy $\varrho > 90^\circ$. Mivel az ötszög szögeinek az összege nem kisebb $(4\omega + \varrho)$-nál, ezért

$$4\omega + \varrho \geq 540^\circ,$$

amiből $\omega - 120^\circ$ alapján $\varrho > 60^\circ$ következik. Eszerint az ötszög szögei 60° és 120° közöttiek, tehát az átlók nagysága 1 és $\sqrt{3}$ között van. (Az 1 szárakkal szerkesztett egyenlő szárú háromszögben – amilyet alkot egy szabályos háromszög két csúcsa és a középpontja – az alap hossza $\sqrt{3}$.) Tekintsük az ötszög egyik oldalát, és írjunk a végpontjai körül 1 és $\sqrt{3}$ sugarakkal köröket. A választott oldallal szemközti csúcsnak a körök által határolt körgyűrűkben kell lennie: megmutatjuk, hogy emiatt ebből a csúcsból a szemközti oldal 30°-nál nagyobb szög alatt látszik.





Jelöljük a választott oldal végpontjait A-val, B-vel, az egységnyi sugarú körök egyik metszéspontját O-val, és a két körgyűrű közös részének O-val megegyező oldalon levő darabkájának a további csúcsait P-vel, Q-val, R-rel. Ekkor (mint az könnyen igazolható) ABO, BOP, AOR szabályos háromszögek, és $OQ < 1$. Tehát a körívekkel határolt $OPQR$ idom belseje benne van az O körüli egység sugarú körben. Ennek a körnek a belső pontjaiból az AB szakasz az $\overset{\frown}{AB}$-hez tartozó kerületi szögnél nagyobb szög alatt látszik, s mivel ez a kerületi szög az O-t tartalmazó oldalon 30°-os, állításunkat beláttuk.

Beláttuk tehát, hogy az AB-vel szemközti D csúcsra $ADB\sphericalangle > 30^\circ$. A BCD háromszög egyenlő szárú, és benne $BCD\sphericalangle < 120^\circ$. Emiatt $BDC\sphericalangle > 30^\circ$, és hasonlóan $ADE\sphericalangle > 30^\circ$. Tehát az ötszög D-nél levő szögére

$$CDE\sphericalangle = BDC\sphericalangle + ADB\sphericalangle + ADE\sphericalangle > 90^\circ$$

teljesül: ez a szög tompaszög. Mivel az ötszög tetszőleges oldalából indultunk ki, ezzel beláttuk, hogy az ötszög mindegyik szöge tompaszög.