A feladat szövege szerint $b=2a^2$, $c=8a^4$, $d=128a^8$. b jegyeinek számát jelöljük n-nel, c jegyeinek számát pedig k-val. Ekkor a következő egyenlőséget írhatjuk fel:

$$a\cdot 10^{n+k}+2a^2\cdot 10^k+8a^4=128a^8, \tag{1}$$

$a\neq 0$-val osztva, majd rendezve:

$$10^{n+k}=a(128a^6-2\cdot 10^k-8a^2). \tag{2}$$

Az egyenlőség jobb oldalán a zárójelben egész szám áll. Ez azt jelenti, hogy a osztója 10^{n+k}-nak, így, a prímtényezős alakjában csak 2 és 5 szerepelhet.

Meg szeretnénk mutatni, hogy a nem lehet osztható 5-tel. A feladat szerint a $c\neq 0$ szám megegyezik a d szám utolsó k jegyével. Ebből az következik, hogy c, illetve d ugyanannyi nulla számjegyre végződik. Ha most a osztható lenne 5-tel, akkor $c=8a^4$ osztható lenne 10-zel, azaz c nulla számjegyre végződnék. Másrészt $d=2c^2$ miatt d legalább kétszer annyi nulla számjegyre kell hogy végződjön, mint c, ami nem lehetséges.

Így a nem osztható 5-tel, azaz a prímtényezős alakjában csak 2 fordulhat elő, a 2-nek valamelyik hatványa legyen ez t, azaz $a=2^t$. Ezt (2)-be téve, majd átrendezve:

$$2^{n+k}5^{n+k}=-2^{t+1+k}5^k+2^{3t+3}(2^{4t+4}-1). \tag{3}$$

Tudjuk, hogy $c=8a^4=2^{4t+3}$ k-jegyű szám, így

$$2^{3k-3}=8^{k-1}\le 10^{k-1}\le 2^{4t+3},$$

ahonnan

$$3k-3\le 4t+3, \qquad k\le\frac{4t+6}{3},$$

$$k+t+1\le\frac{4t+6}{3}+t+1\le 2t+2+t+1=3t=3. \tag{4}$$

Ez az egyenlőtlenség azt jelenti, hogy (3) jobb oldala osztható 2^{t+1+k}-val. De ekkor a bal oldalának is oszthatónak kell lennie, ami csak úgy lehetséges, ha $n+k\ge k+t+1$, vagyis ha

$$t\le n-1. \tag{5}$$

Felhasználva azt, hogy $b=2a^2=2^{2t+1}$ n-jegyű szám, (5) miatt

$$2^{3t}\le 2^{3n-3}=8^{n-1}\le 10^{n-1}\le 2^{2t+1},$$

amiből

$$3t\le 2t+1, \tag{6}$$

azaz $t=0$ vagy $t=1$.

Az első esetben $a=1$, $b=2$, $c=8$, $d=128$ valóban megoldás, míg a másik esetben $a=2$, $b=8$, $c=128$, $d=32\,768$ nem megoldás. Ezek szerint az a szám csak 1 lehetett.