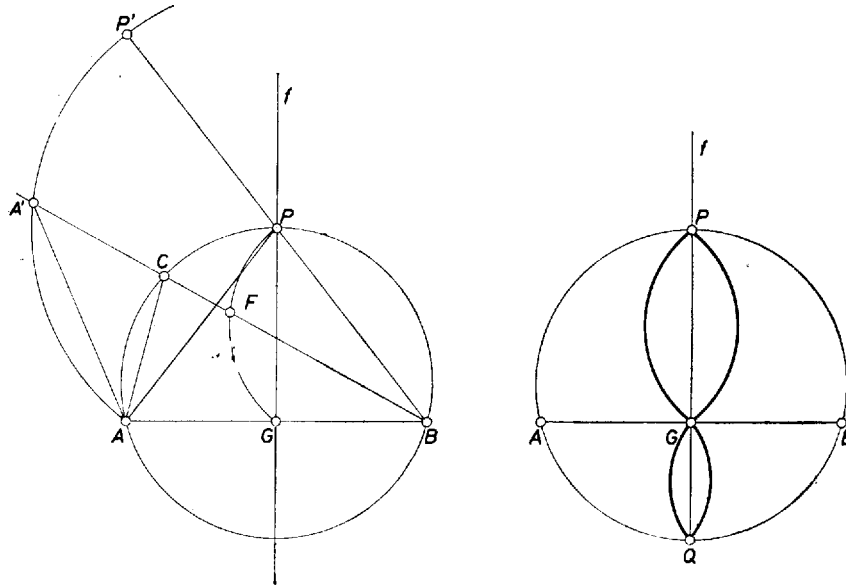


Az  $AB$  húr a kört két részre vágja. Vizsgáljuk először az  $AB$  ív fölötti pontjait a körnek.

A tengelyes szimmetria miatt elegendő az  $AB$  szakasz  $f$  felezőmerőlegesére által kettévágott kör egyik részét vizsgálni, pl. amelynek pontjaira  $AC < CB$ , s ekkor  $AC + CF = FB$ .

Ha  $C$  egybeesik az  $A$  ponttal, akkor a kívánt tulajdonságú pont az  $AB$  szakasz  $G$  felezőpontja, ez tehát hozzátartozik a mértani helyhez.



Jelöljük  $P$ -vel az  $f$  felezőmerőlegesnek és a körnek metszéspontját, mivel  $AP = PB$ , azért  $P$  ugyancsak pontja a mértani helynek.

Legyen  $C$  most az  $AP$  ívnek egy  $A$ -tól és  $P$ -tól különböző pontja. A  $BC$  félegyenesre  $C$ -ből  $B$ -vel ellentétes irányban mérjük fel a  $CA' = CA$  távolságot.  $A'CA$  háromszög egyenlő szárú és így  $AA'C\angle = \frac{ACB\angle}{2} = \frac{APB\angle}{2} = \frac{\gamma}{2}$ , a  $C$  pont helyzetétől függetlenül. Amíg  $C$  az  $AB$  szakasz  $\frac{\gamma}{2}$  látókörívén végig fut  $A$ -tól  $P$ -ig,  $A'$  az  $AB$  szakasz  $\frac{\gamma}{2}$  látószögű  $k_1$  körívén halad  $A$ -tól  $P'$ -ig, ahol  $P'$  a  $B$ -nek  $P$ -re való tükörképe ( $k_1$  és  $k_2$  az ábrán beírandó).

Mivel  $A'F = FB = \frac{A'B}{2}$ , a  $k_1$  kör  $B$  pontból felére kicsinyített megfelelő köríve lesz a keresett mértani hely egy része. Jelöljük ezt a kört  $k_2$ -vel. A  $k_2$  kör középpontja a  $PB$  szakasz felezőpontja, sugara  $\frac{PB}{2}$ , azaz  $k_2$  a  $PB$  szakasz fölé írt Thalész-kör.

A keresett mértani hely ennek a Thalész-körnek  $G$  és  $P$  közé eső azon íve, mely  $f$ -nek  $A$ -t tartalmazó felére esik.

Ha  $AC > CB$ , akkor az előzőkhöz hasonlóan az  $AC$  félegyenesen  $C$ -n túli meghosszabbítására felmérjük  $CB$ -t. Most a keresett mértani hely a  $PA$  szakasz fölé írt Thalész-körnek  $G$  és  $P$  közé eső íve, amely az előző  $k_2$  körívnek  $f$ -re vonatkozó tükörképe.

Jelöljük  $f$ -nek a körrel való második metszéspontját  $Q$ -val. Legyen  $C$  az  $AQB$  tetszőleges pontja, akkor  $AQB\angle = ACB\angle = 180^\circ - \gamma$  és a keresett mértani hely az  $AB$  fölé írt  $\frac{180^\circ - \gamma}{2}$  látószögű körív felére kicsinyített megfelelő íve.

Összegezve eredményeinket, a keresett mértani hely az  $AP$ ,  $BP$ ,  $AQ$  és  $BQ$  szakaszok feletti Thalész-körök megfelelő íveiből áll össze.

Könnyű belátni, hogy a kapott mértani hely bármely pontja eleget tesz a feltételnek. Vegyünk fel pl. az  $AP$  Thalész-körívén egy tetszőleges  $F$  pontot és keressük meg az  $AB$  íven a hozzátartozó  $C$  pontot.  $F$ -et az  $A$ -val összekötő egyenes a  $\frac{\gamma}{2}$  látókörből kimetsz egy  $A'$  pontot, az  $AB$  látókörből egy  $C$  pontot.  $CA'B$  egyenlő szárú háromszög, melynek  $C$ -nél levő külső szöge  $\gamma$  és így

$$A'C + CF = BC + CF = AF.$$