

Az utasok közül senki sem fizethetett egy vagy három forintot, mert a villamoson a feltevés szerint senkinek nem volt egyforintos. Ugyanezért nem fizethetett senki 2 vagy 4 forintot, mert akkor a kalauznak kellett volna visszaadnia 1 vagy 3 forintot. Így minden embernél legalább 5 forintnak kellett lennie, azaz összesen a 20 embernél  $20 \cdot 5 = 100$  forintnak.

Ha volt a villamoson olyan ember, akinél legalább  $5 + 8 = 13$  forint volt, akkor a villamoson utazóknál összesen legalább  $100 + 8 = 108$  forint volt. Így feltehetjük, hogy senkinél sem volt 12 forintnál több pénz. Viszont 13 forintnál kevesebb összegű 5 és 2 Ft-os érmékkel csak kétféleképpen lehet 1 forintot kifizetni:

	1.	2.
fizet:	5 Ft	$3 \times 2$ Ft
visszakap:	$2 \times 2$ Ft	5 Ft

Ezek szerint mindenki vagy az első vagy a második változat szerint fizetett. Legyen  $k$  azoknak az embereknek a száma, akik 5 Ft-ossal fizettek. A jegyek megváltása után mind a  $k$  embernek a zsebében ugyanazok az érmék találhatóak, mint a jegyváltás előtt, azzal a különbséggel, hogy egy 5 Ft-os érme helyett 2 db, 2 Ft-os érméjük lett. Így ha ez a  $k$  ember összeönti a pénzét jegyváltás előtt és jegyváltás után, akkor  $k$  db 5 Ft-os hiányzik és  $2k$  db 2 Ft-os lesz helyette. Ez a  $2k$  db 2 Ft-os csak azoktól kerülhetett oda, akik  $3 \times 2$  Ft-tal fizettek. Ezek száma  $(20 - k)$ , így ők  $3(20 - k)$  kétforintost adtak a kalauznak. Ebből kellett kifizetnie az 5 Ft-osokból visszajáró pénzt. Ezt csak akkor tehetette meg, ha így legalább  $2k$  kétforintost kapott, azaz

$$3(20 - k) \geq 2k,$$

amiből

$$k \leq 12.$$

Így legfőljebb 12 ember fizethetett 5 Ft-ossal, vagyis legalább nyolcnál 6 forintnak kellett lennie. Ebben az esetben a fenti 100 forinton felül még további 8 forint is volt a villamoson.

*Megjegyzés.* A feladat nem állította, hogy valóban lehetséges a vázolt helyzet; azt kellett megmutatni, hogy *ha lehetséges*, akkor biztosan volt 108 forint a villamoson utazóknál. Hogy elképzelhető ez az eset, gondoljunk arra, hogy a húsz ember közül 12-nél egy-egy 5 Ft-os, 8 embernél pedig 3–3 2 Ft-os érme volt. Mikor felszálltak a villamosra, mindegyikük odaadta pénzét a kalauznak, az pedig a befolyt pénzből mindenkinek vissza tudta adni, ami visszajárt.