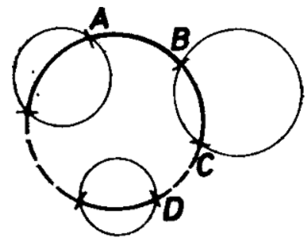
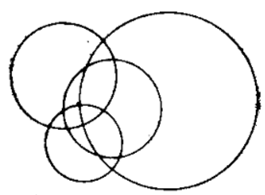
Tegyük fel, hogy három kört már lerajzoltunk, és ezek k részre osztották a síkot. Tekintsünk egy tetszőleges negyedik kört és tegyük fel, hogy ennek l darab közös pontja van az előzőekkel.

Ha $l=0$, akkora négy kör $k+1$, ha $l>0$, akkor legfeljebb $k+l$ részre osztja a síkot. Az első állítás nyilvánvaló, a második pedig abból következik, hogy ha a negyedik körből egymás után elhagyjuk azokat az íveket, amelyek két egymás utáni metszéspont közé esnek, minden lépésben legfeljebb eggyel csökken a síkrészek száma (tudniillik az ív két oldalán levő síkrészek egybeolvadnak, de ezek nem feltétlenül különbözőek, mint azt az 1. ábra is mutatja, az $\widehat{AB}$ elhagyása után $\widehat{CD}$ elhagyása nem növel). Az ívek száma a negyedik körön pontosan annyi, mint a metszéspontok száma, vagyis l.



1. ábra

A negyedik kör legfeljebb 6 pontban metszi az előző hármat, három kör pedig legfeljebb 8 részre osztja a síkot, így négy kör legfeljebb 14 részt hozhat létre. Ez el is érhető, amint azt a 2. ábra mutatja.



2. ábra

Megjegyzés. Okoskodásunkból az is kitűnik, hogy n kör után az $(n+1)$-edik kör legfeljebb $2n$ új síkrészt hoz létre. Így ha a síkrészek maximális számát n kör esetén $f(n)$ jelöli, akkor (mivel egy kör 2 részre osztja a síkot)

$$f(n) \leqq 2+2+4+6+\cdots+2(n-1)=n(n-1)+2.$$

Azt is be lehet látni, hogy $f(n)=n(n-1)+2$.