A három egymás utáni páros szám közül a középsőt jelöljük k-val. Ekkor a három páros szám négyzetének összege:

$$(2k-2)^2+(2k)^2+(2k+2)^2=12k^2+8.$$

Ettől a számtól kívánjuk, hogy négyjegyű, 28-cal osztható legyen.

a) Mivel $12k^2+8$ négyjegyű, ezért értékének 1000 és 9999 közé kell esnie (a határokat is beleértve):

$$1000 \leqq 12k^2+8 \leqq 9999,$$

ahonnan

$$10 \leqq k \leqq 28. \tag{1}$$

b) $12k^2+8=4(3k^2+2)$ miatt a keresett szám pontosan akkor osztható 28-cal, ha $3k^2+2$ osztható 7-tel. Vizsgáljuk meg a 7-tel történő osztáskor fellépő maradékokat!

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9...
a maradék	2	5	0	1	1	0	5	2	5	0...

A maradékok 7-es periódust alkotva ismétlődnek. Ez következik abból is, hogy az $(i+7)$-edik és az i-edik szám különbsége héttel osztható:

$$\left(3(i+7)^2+2\right)-(3i^2+2)=7(6i+21).$$

Így $3k^2+2$ akkor és csak akkor osztható 7-tel, ha k 7-tel osztva 2 vagy 5 maradékot ad.

Az a) és b) alatti eredményeket összevetve 10 és 28 közti olyan egész számokat keresünk, melyek 7-tel osztva 2 vagy 5 maradékot adnak. Ezek:

$$7+5=12, \quad 14+2=16, \quad 14+5=19, \quad 21+2=23, \quad 21+5=26.$$

Így k értéke csak ezek valamelyike lehet. Az ezekhez tartozó négyjegyű számok 1736, 3080, 4340, 6356, 8120 pedig valóban kielégítik a kívánt feltételt.

$$1736=22^2+24^2+26^2; \qquad 3080=30^2+32^2+34^2;$$
$$4340=36^2+38^2+40^2; \qquad 6356=44^2+46^2+48^2;$$
$$8120=50^2+52^2+54^2.$$