Ismeretes, hogy ha az XY szakasz végpontjainak a helyvektora $\mathbf{x}$ és $\mathbf{y}$, akkor az XY szakaszt $p:q$ arányban osztó pont helyvektora

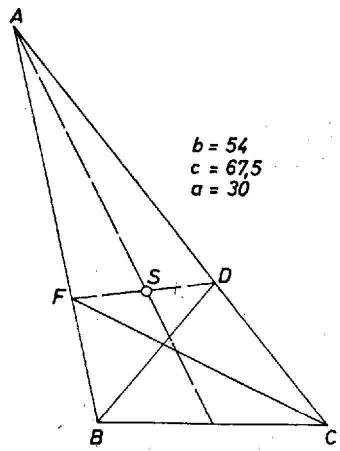
$$\mathbf{z}=\frac{q}{p+q}\mathbf{x}+\frac{p}{p+q}\mathbf{y},$$

feltéve, hogy $p+q\neq 0$.

Jelöljük az ABC háromszög B, C csúcsaiból húzott szögfelezők talppontjait D-vel és F-fel, akkor

$$\overrightarrow{AD}=\frac{c}{a+c}\,\overrightarrow{AC},\qquad \overrightarrow{AF}=\frac{b}{a+b}\,\overrightarrow{AB},$$

hiszen D az AC-t $c:a$ arányban és F az AB-t $b:a$ arányban osztja.



Az $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AF}$ vektorokból a háromszög S súlypontjához tartozó

$$\overrightarrow{AS}=\frac{1}{3}\,\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\,\overrightarrow{AC}.$$

Az előző megállapításainkat felhasználva

$$\overrightarrow{AS}=\frac{a+b}{3b}\,\overrightarrow{AF}+\frac{a+c}{3c}\,\overrightarrow{AD}$$

alakban állítható elő. Mivel itt feltevésünk szerint

$$\frac{a+c}{3c}+\frac{a+b}{3b}=\frac{2}{3}+\frac{a}{3}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=1,$$

S valóban rajta van a DF szakaszon, hiszen nem más, mint a DF szakaszt

$$\frac{b}{a+b}:\frac{c}{a+c}$$

arányban osztó pont. Állításunkat ezzel bebizonyítottuk.