Jelöljük x-szel azoknak a dióknak a számát, melyek az utolsó osztozkodáskor jutottak egy-egy gyereknek. Így az utolsó osztozkodás előtt a zsákban $(5x+1)$ db dió volt. Az ötödik gyerek a zsákból egy diót a majomnak adott és a megmaradt diók egyötödét kivette, így maradt a zsákban $(5x+1)$ dió. Tehát előzőleg $1+\frac{5}{4}(5x+1)$ diónak kellett a zsákban lennie. Ugyanígy kapjuk, hogy mielőtt a negyedik gyerek osztotta el a diókat, a zsákban

$$1+\frac{5}{4}\left(1+\frac{5}{4}(5x+1)\right)$$

diónak kellett lennie.

Ezt folytatva kapjuk, hogy a zsákban eredetileg

$$1+\frac{5}{4}\left\{1+\frac{5}{4}\left[1+\frac{5}{4}\left(1+\frac{5}{4}\left(1+\frac{5}{4}(5x+1)\right)\right)\right]\right\}$$

dió volt. A kijelölt műveleteket elvégezve, majd az

$$a^6-b^6=(a-b)(a^5+a^4b+a^3b^2+a^2b^3+ab^4+b^5)$$

azonosságot felhasználva:

$$\frac{5^6x+5^5+5^4\cdot 4+5^3\cdot 4^2+5^2\cdot 4^3+5\cdot 4^4+4^5}{4^5}=$$
$$=\frac{5^6x+\frac{5^6-4^6}{5-4}}{4^5}=\frac{5^6(x+1)}{4^5}-\frac{4^6}{4^5}=\frac{5^6(x+1)}{4^5}-4.$$

A feladat megfogalmazásából következik, hogy ennek természetes számnak kell lennie. Ehhez nyilván szükséges, hogy a különbség első tagja egész legyen, azaz $5^6\cdot(x+1)$-nek oszthatónak kell lennie 4^5-nel. A szorzat első tényezője relatív prím 4^5-hez, azért 4^5 csak akkor lesz osztója a szorzatnak, ha a második tényezőnek, $(x+1)$-nek osztója. Így $(x+1)$ értéke legalább 4^5. A zsákban található diók száma akkor a legkevesebb, ha x a lehető legkevesebb. Így a zsákban eredetileg legalább

$$\frac{5^6\cdot 4^5}{4^5}-4=15\,621$$

dió volt.

Ha viszont a zsákban pontosan 15 621 dió volt, akkor a leírt osztozkodást el is lehetett végezni:

Az első gyerek elvitt	$\frac{15\,620}{5}=3124$ diót, maradt 12 496 dió.
A második elvitt	$\frac{12\,495}{5}=2499$ diót, maradt 9996 dió.
A harmadik elvitt	$\frac{9995}{5}=1999$ diót, maradt 7996 dió.
A negyedik elvitt	$\frac{7995}{5}=1599$ diót, maradt 6396 dió.
Az ötödik elvitt	$\frac{6395}{5}=1279$ diót, maradt 5116 dió.
Végül még mindegyik kapott.	$\frac{5115}{5}=1023$ diót.

Bogdán Klára (Cegléd, Táncsics M. Ált. Isk. 7. o. t.)