N és M jegyeinek száma 12, illetve 11, azért $N > M$. N első jegyeiről M kétszerese „jut eszünkbe” ugyanis $2M = 2\ 4\ 6\ 8\ E\ 1\ 3\ 5\ 7\ 9\ T$, de ez még mindig csak 11 jegyű. A $20M$ szorzat sem éri el az N értékét, viszont $N - 20M$ „véletlenül” éppen M-et adja. Erről könnyen meggyőződhetünk. A kivonást hasonlóan végezzük, mint a tízes számrendszerben:

$$\begin{array}{rccccccccccc} N{=}2 & 5 & 9 & 0 & 3 & 6 & T & 1 & 4 & 7 & 8 & E \\ -20M{=}2 & 4 & 6 & 8 & E & 1 & 3 & 5 & 7 & 9 & T & 0 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & T & E \end{array}$$

azaz pl. 0-hoz, hogy E legyen kell E, T-hez, hogy 8 legyen – azaz $(12+8) = 20$-ig – kell 10, vagyis T és „marad 1” és így tovább.

Ez viszont azt jelenti, hogy $N = 21M$, ami természetesen a tizenkettő alapú számrendszerben értendő.

Áttérve a tízes számrendszerre

$$^{12}21 = 2 \cdot 12 + 1 = 25 = 5^2,$$

tehát

$$NM = 21(1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ T\ E)^2 = (5 \cdot 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ T\ E)^2.$$

Ezzel a feladat állítását igazoltuk.

Megjegyzések. 1. Az adott számok közül az elsőnek érdekessége, hogy egymás után áll benne a tizenkettő alapú számrendszer minden jegye – a 0 kivételével. (A második számban a 0 is pontosan egyszer lép fel.)

2. Jó lesz hangsúlyozni, hogy vizsgálatunk egyszerűre fordulása nem volt szükségszerű, pl. fordított szereposztásban – mint már tudjuk – $M = (1/5)^2 N$, ennek felismerése a „tizenkettedes-tört” alakban viszont nehéz lenne $1/21 = 0{,}059135443T0\ldots$ (húszjegyű szakasz). Az volt szerencsés; hogy N/M égész szám. Egyébként tízes szemrendszerre átírva a következe két számrím volt szó:

$$M = 73\ 686\ 780\ 563, \quad N = 1\ 842\ 169\ 514\ 075.$$