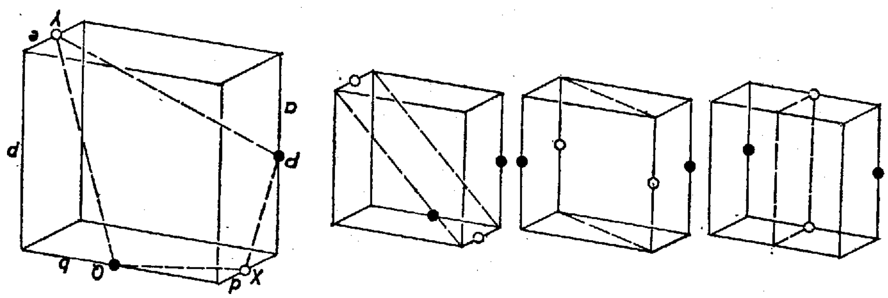
Vizsgáljuk meg, egymáshoz viszonyított helyzetük szerint hányféleképpen választhatunk ki két felezőpontot a kocka élein.

*a)* Első eset: a választott felezőpontok a kocka két párhuzamos élén vannak. Ha ugyanazon a lapon, akkor felező merőleges síkjuk áthalad az illető lapon levő másik két él felezőpontján.

Ha a két párhuzamos él a kocka egy átlós síkját határozza meg, akkor felező merőleges síkjuk a kiválasztott élekkel párhuzamos másik két él felezőpontján megy át.

*b)* Második eset: a két kiválasztott felezőpont a kocka egy csúcsából kiinduló két élen van. Ebben az esetben felező merőleges síkjuk közös csúcsból kiinduló harmadik él és a vele átlósan párhuzamos él felezőpontján megy át.

*c)* A harmadik eset az, amikor a kiválasztott két felezőpont a kocka két kitérő élén van. Ekkor azt fogjuk belátni, hogy az így kiválasztott $P$ és $Q$ pontokhoz mindig található két felezőpont, amelyek $P$-től és $Q$-tól egyenlő távolságra vannak, így tehát rajta vannak a $P$, $Q$ közti szakasz felező merőleges síkján.



Gondoljuk meg először, hogy a keresett két felezőpont egyike sem lehet a $P$-t, ill. $Q$-t tartalmazó $a$, $b$ él egyikével, pl. $a$-val párhuzamost $c$ élen, mert akkor a felezőpontok távolsága kockaélnyi lenne, s ez akkor lenne egyenlő a másik felezőponttól vett távolsággal, ha $c \parallel b$ lenne. Ez pedig $a$ és $b$ kitérő volta miatt lehetetlen. A keresett felezőpontot tartalmazó élnek, tehát vagy van közös pontja $a$-val is és $b$-vel is, vagy $a$-hoz és $b$-hez is kitérő.

Az első esetben a kocka $a$ és $b$ élére merőleges és mindkettőt metsző $d$ él felezőpontja lesz egyenlő távolságra $P$-től és $Q$-tól. Legyen a kocka éle egységnyi, Pitagorasz-tétel felhasználásával adódik, hogy $PX = XQ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

A második esetben a $d$ éllel átlósan párhuzamos $e$ él $Y$ felezőpontjáról van szó, ekkor $PY = QY = \sqrt{\dfrac{3}{2}}$. Megtaláltuk a keresett két pontot, tehát állításunkat bebizonyítottuk.