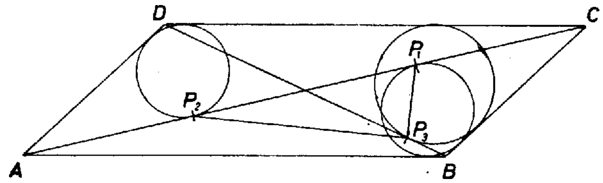
Jelöljük a paralelogramma átlóinak metszéspontját O-val, és legyenek a beírt köröknek az érintési pontjai rendre P_1, P_2, P_3 és legyen $AB \geq BC$.

Először belátjuk, hogy $P_1O = OP_3$.



A kör tengelyes szimmetriájából következik, hogy egy külső pontból a körhöz húzott érintőszakaszok hossza egyenlő. Ennek ismeretében könnyen igazolhatjuk a következő tételt: egy háromszög beírt körének az oldallal való érintési pontja úgy osztja az oldalt, hogy a csúcstól az érintési pontig terjedő szakasz a fél kerület és a csúccsal szemközti oldal különbségével egyenlő.[1]

Alkalmazzuk az előbbi tételt az ABC és BCD háromszögre és fejezzük ki segítségükkel az OP_1, OP_3 távolságokat.

$$OP_1 = \frac{CA}{2} - CP_1 = \frac{CA}{2} - \left(\frac{AB+BC+CA}{2} - AB\right) = \frac{AB-BC}{2},$$
$$OP_3 = \frac{DB}{2} - BP_3 = \frac{DB}{2} - \left(\frac{BC+CD+DB}{2} - CD\right) = \frac{CD-BC}{2}.$$

Mivel $ABCD$ paralelogramma, így $AB = CD$, s ezzel állításunkat bizonyítottuk.

Másodszorra azt látjuk be, hogy $OP_2 = OP_1$. Ez következik abból, hogy a paralelogramma középpontosan szimmetrikus, s középpontja az átlóinak metszéspontja.

A P_1, P_2, P_3 pontok feltétel szerint egy egyenlő szárú derékszögű háromszög csúcsai. Az előbb bizonyított egyenlőségek miatt $P_1P_3 = P_2P_3$ lehet csak, azaz a derékszög a P_3 csúcsban van, vagyis P_3O a P_1P_2 felező merőlegese. Ez más szóval azt jelenti, hogy a paralelogramma átlói merőlegesek egymásra, tehát rombusz, és így $OP_1 = OP_2 = OP_3 = 0$. Az érintési, pontok nem alkotnak háromszöget.

Nincs tehát egyetlen olyan paralelogramma sem, amely az adott feltételeknek eleget tenne.

[1] Lásd *Horvay K. – Reiman I.:* Geometriai feladatok gyűjteménye. I. kötet, 44. oldal, 642. feladat.