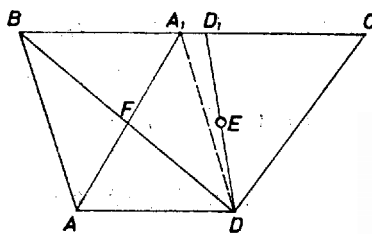


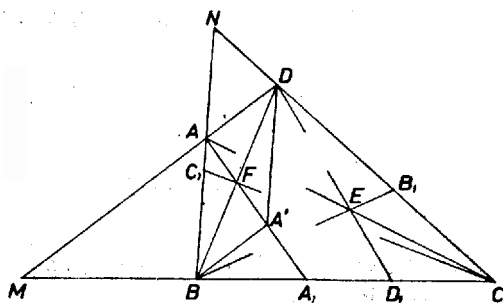
Az állítást először arra az esetre igazoljuk, ha a négyszögnek van párhuzamos oldalpárja.



1. ábra

Legyen $AD \parallel BC$ és $AD \leq BC$, akkor BC oldal tartalmazza (A_1 -et, $AD = BC$ esetén $A_1 \equiv C$), és $\frac{AF}{FA_1} = 1$, ami ≤ 1 .

Ha nincs a négyszögnek párhuzamos oldalpárja (2. ábra), akkor AB és CD oldalegyenesek metszéspontját jelöljük N -nel, AD és BC oldalegyenesek metszéspontját M -nel, - és válasszuk a betűzést úgy, hogy $NA < NB$ és $MA < MD$ legyen.



2. ábra

M és N metszéspontok mindegyike valóban létrejön és a négyszög csúcsai közül az A csúcs van legközelebb az MN egyeneshez. Tükrözzük az A csúcsot az F pontra, s jelöljük a képét A' -vel, ekkor $DA' \parallel AB$ és A' az AA_1 egyenesen van. Elegendő azt belátnunk, hogy A' a négyszög belsejében van, ami teljesül, ha DA' félegyenes az ADC és BA' félegyenes az ABC (konvex) szögtartomány belsejében halad, ami igaz, mert AD és BC oldalak meghosszabbításai az AB egyenesnek a négyszöget nem tartalmazó partján metszik egymást, és ugyanígy az AB és CD egyenesek meghosszabbítása is.

Az $\frac{AF}{FA'} = 1$ és $FA_1 > FA$ miatt $\frac{AF}{FA_1} = 1$, s ezzel az állítást igazoltuk.

Megjegyzés. A megoldók közül többen felismerték, hogy az 1429¹. gyakorlatból a feladat állítása rögtön következik. Ez ugyanis azt mondja ki, hogy ha egy konvex négyszög mindegyik csúcsát tükrözzük a vele szomszédos átló felezőpontjára, akkor az így kapott négy pont közül van olyan, amelyik a négyszög belsejében vagy kerületén van.

¹Megoldása megjelent a 46. kötet 69–70. oldal