

Egy közösleges törtet bárki könnyen át tud alakítani tizedes törtté. Fordítva, egy nem csupa 9-est tartalmazó tiszta szakaszos tizedes törtet mindig elő tudunk állítani két egész szám hányadosaként úgy, hogy a tört számlálójába a szakasz jegyeit írjuk, nevezőjébe pedig  $10^k - 1$ -et, ahol  $k$  a szakasz jegyeinek száma, pl.  $0,873\ 873\ \dots = \frac{873}{999}$ . Valóban, a  $BCDB : 9999$  osztás szokásos végzése helyett 4 lépését összevonva, az osztandó  $BCDB \cdot 10^4$ , és ez így írható:  $BCDB \cdot 9999 + BCDB$ , tehát mind a hányados, mind a maradék  $BCDB$ , az eljárás ismétlődik:

$$BCDB : 9999 = 0,BCDB\ BCDB\ \dots$$

(ugyanis  $B \neq C$  miatt  $BCDB < 9999$ ).

Ezt felhasználva feladatunk a következőképpen írható:

$$\frac{ABC}{BBBB} = \frac{BCDB}{9999}, \quad \text{ahol} \quad A \neq 0 \quad \text{és} \quad B \neq 0.$$

Alakítsuk át a törtet:

$$\frac{ABC}{B \cdot 1111} = \frac{BCDB}{9 \cdot 1111},$$

ahonnan kapjuk, hogy

$$(1) \quad 9ABC = B \cdot BCDB.$$

Az  $ABC$  háromjegyű szám kisebb 1000-nél, így az (1) bal oldala kisebb 9000-nél; a jobb oldalra viszont  $B(1000B + CDB) > 1000 \cdot B^2$ , és így a

$$9000 > B^2 \cdot 1000,$$

egyenlőtlenségből következik, hogy  $B$  értéke 1 vagy 2.

Válasszuk először a  $B$ -t 1-nek. (1)-ből

$$9 \cdot (A\ 1\ C) = 1 \cdot (1\ C\ D\ 1).$$

A  $9 \cdot C = \dots 1$  szorzás csak  $C = 9$  esetben állhat fenn, és ekkor

$$\frac{1\ 9\ D\ 1}{A\ 1\ 9} = 9\text{-ből}$$

$A = 2$  és  $D = 7$  adódik, és valóban  $219 : 1111 = 0,1971\ 1971\ \dots$

A  $B = 2$  esetben (1)-ből

$9(A\ 2\ C) = 2(2\ C\ D\ 2)$  és  $9\ C = \dots 4$ -ből csak  $C = 6$  jön szóba. Innen

$$|9(100A + 20 + 6) = 2(26D2) - = 5204 + 20D,$$

$$900A + 234 = 5204 + 20D,$$

$$90A - 2D = 497.$$

A bal oldalon  $A$  és  $D$  helyére egész számot várunk, a különbség nem lehet páratlan, ilyen megoldás tehát nincs. Ezek szerint a talált megoldás egyértelmű.