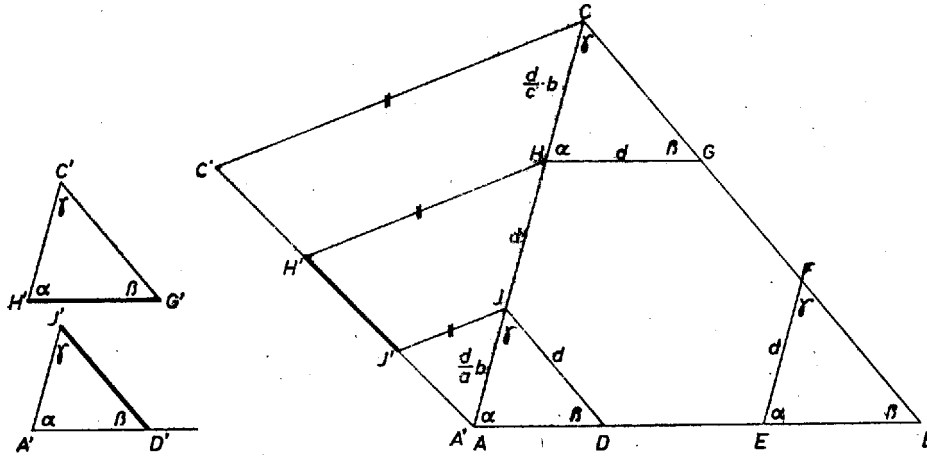


I. megoldás. Jelöljük a keresett hatszög csúcsait az AB oldalon D, E -vel, a BC oldalon F, G -vel, a CA oldalon H, J -vel, a háromszög szögeit szokásosan α, β, γ -val.



A hatszög szögeit könnyen ki tudjuk számítani, mivel oldalai párhuzamosak a háromszög oldalával:

$$\begin{aligned} \angle DEF &= \angle GHJ = 180^\circ - \alpha, \\ \angle EFG &= \angle HJD = 180^\circ - \gamma, \\ \angle FGH &= \angle JDE = 180^\circ - \beta. \end{aligned}$$

Mivel a hatszög oldalai egyenlők, és szögeit ismerjük, hozzá hasonló hatszöget tudunk szerkeszteni. Az így szerkesztett D', E', F', G', H', J' hatszög minden második oldalát meghosszabbítva az eredeti háromszöghöz hasonló $A'B'C'$ háromszöget kapunk¹. Az így kapott ábrát alkalmas középpontból a kívánt mértékben nagyítva megkapjuk a szerkesztendő hatszöget.

Célszerű a hatszög $J'D', D'E', E'F'$ oldalát mindjárt a BC, AB, AC oldallal párhuzamosan felvenni, így az $A'B'C'$ háromszög hasonló helyzetű lesz ABC -hez, a nagyítás eljárása valamivel egyszerűbb.

II. megoldás. A hatszögoldalak által lemetszett HGC, EBF, ADJ háromszögek hasonlóak az ABC háromszöghöz és így egymáshoz is, szögeik α, β és γ .

Mindegyikben található a hatszög egy oldala – sorra másik–másik szöggel szemben helyezkedik el –, továbbá $AJ + JH + HC = AB$.

Válasszunk egy tetszés szerinti hosszúságú szakaszt, tekintsük ezt egy hatszög oldalának és az előbbi feltételek szerint szerkesszünk a HGC és ADJ háromszögekhez hasonló $H'G'C'$ és $A'D'J'$ háromszögeket. Majd az így kapott $A'J' : J'H' : H'C'$ arányban osszuk fel az ABC háromszög AC oldalát.

A szerkesztés közvetlenül megadja a keresett hatszög egyik oldalát.

Fodor László (Vác, Sztáron S. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. A hatszög oldalát d -vel, a háromszög oldalait a, b, c betűvel jelölve d ki is számítható, miután kifejeztük vele az AC oldalon keletkezett részeket:

$$\begin{aligned} AC = AJ + JH + HC &= \frac{d}{a} \cdot b + d + \frac{d}{c} \cdot b = b, \\ d &= \frac{abc}{ab + bc + ca}, \quad \frac{1}{d} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}. \end{aligned}$$

¹Bár a meghosszabbított oldalak megválasztása kétféleképpen lehetséges, így kapott a két háromszög egybevágó, 180° -os forgatással fedésbe hozhatók ugyanis előírt tulajdonságai alapján a hatszög centrálisan szimmetrikus.