

Valóban nincs olyan x, y, z számhármass, amely az egyenletrendszert kielégíti, hiszen az utolsó három egyenlet összege

$$x + y + z = 18,$$

és ez ellentmondásban van az első egyenlettel.

Képezve, majd kellően átalakítva a kérdéses S összeget:

$$\begin{aligned} S &= (x + y + z - 10)^2 + (x + y - z - 7)^2 + (x - y + z - 6)^2 + (y - x + z - 5)^2 = \\ &= 2(x + y)^2 + 2(x - y)^2 - 34(x + y) - 2(x - y) + (z - 10)^2 + (z + 7)^2 + (z - 6)^2 + (z - 5)^2 = \\ &= 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 - 36x - 32y - 28z + 210 = \\ &= 4\{(x - 4,5)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3,5)^2 + 4\}. \end{aligned}$$

Ez akkor veszi fel a legkisebb értékét, ha a kapcsos zárójelben a változókat tartalmazó tagok értéke 0, azaz ha

$$x = 4,5, \quad y = 4, \quad z = 3,5,$$

és ekkor az adott egyenletek bal oldalának értéke rendre 12, 5, 4, 3, ennek „többlete” a jobb oldalhoz képest +2, -2, -2, -2, és $S = 16$.