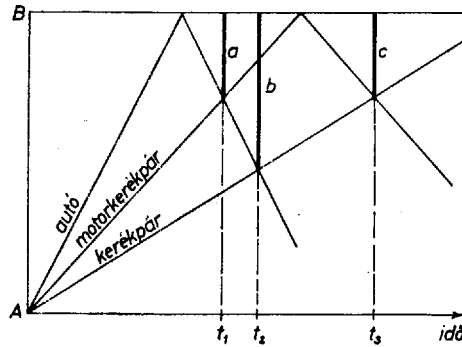


Jelöljük az autó, a motor és a kerékpár sebességét rendre  $v_1$ -gyel,  $v_2$ -vel,  $v_3$ -mal – ahol nyilván  $v_1 > v_2 > v_3 > 0$  –, a közös indulástól a felsorolt találkozásokig eltelt időt rendre  $t_1$ -gyel,  $t_2$ -vel,  $t_3$ -mal, az  $AB$  távolságot  $s$ -sel. A szöveg szerint az autós  $B$ -ből visszafordulva előbb – azaz  $B$ -hez közelebb – találkozik a motorossal, s csak azután a kerékpárossal, továbbá a  $B$  felé haladó kerékpárossal az autós előbb találkozik, mint a motoros.



Tehát az  $a, b, c$  távolságokra fenn kell állniuk a

$$(1) \quad b > a > 0 \quad \text{és} \quad b > c > 0$$

egyenlőtlenségeknek. A feladat megoldását a paramétereknek eleve csak ilyen értékrendszerei mellett keressük.

Fejezzük ki az egyes találkozások a találkozó által megtett utakat:

$$\begin{aligned} v_1 t_1 &= s + a, & v_1 t_2 &= s + b, & v_2 t_3 &= s + c, \\ v_2 t_1 &= s - a, & v_3 t_2 &= s - b, & v_3 t_3 &= s - c. \end{aligned}$$

Az egymás alá írt egyenletek jobb és bal oldalainak hányadosát véve

$$(2) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{s+a}{s-a}, \quad (3) \quad \frac{v_1}{v_3} = \frac{s+b}{s-b}, \quad (4) \quad \frac{v_2}{v_3} = \frac{s+c}{s-c}.$$

A (3) és (4) bal oldalának hányadosa egyenlő a (2) bal oldalával, tehát ugyanígy a megfelelő jobb oldalakból

$$\frac{(s+b)(s-c)}{(s-b)(s+c)} = \frac{s+a}{s-a},$$

innen a szokásos rendezési lépésekkel

$$s^2 = \frac{abc}{a+c-b},$$

és az  $A, B$  városok távolsága

$$(5) \quad AB = s = \sqrt{\frac{abc}{a+c-b}},$$

hacsak az adott távolságokra a következő feltétel is teljesül

$$(6) \quad a + c - b > 0.$$

Az (5)-tel így meghatározott  $s$  akkor megoldása a feladatnak, ha kielégíti az  $s$ -re nyilvánvalóan szükséges feltételeket, azaz ha  $s$  nagyobb  $a, b$  és  $c$  mindegyikénél, azaz

$$(7) \quad s^2 = \frac{abc}{a+c-b} > a^2, \quad \frac{abc}{a+c-b} > b^2, \quad \frac{abc}{a+c-b} > c^2.$$

A másodikhoz (6) alapján teljesülnie kell a következőnek:

$$ac > ab + bc - b^2,$$

átrendezve

$$(b-c)(b-a) > 0,$$

ez teljesül (1) alapján, akkor pedig (7) további két követelménye is teljesül.

Ezek szerint (1) és (6) teljesülése elegendő ahhoz, hogy (5) valóságos (életszerű) megoldása legyen a feladatnak.