Négyzetszám utolsó számjegye 0, 1, 4, 5, 6 vagy 9. Feladatunkban közülük a 0-hoz és 1-hez nincs négy előre helyezhető számjegy; a 4-et véve $\dots 34$ lenne a kétjegyű végződés, ez azért nem felel meg, mert nem osztható 4-gyel – hiszen páros négyzetszám alapja is páros, és így a négyzete osztható 4-gyel. Hasonlóan marad el az 5-ös végződés, mert az 5-re végződő négyzetek $\dots 25$-re végződnek, nem $\dots 45$-re. A 9-es végződés esetében a négyzet háromjegyű végződése $\dots 789$, ez 8-cal osztva 5-öt ad maradékul, és nem felel meg, ismeretes ugyanis, hogy a páratlan számok négyzete $8m+1$ alakú: $(2k+1)^2 = 4k(k+1)+1$, és itt a $k(k+1)$ tényező páros.

Ezek szerint a keresett négyzetszám vége csak $\dots 23\,456$ lehet. A 2-es, 4-es, és 8-as oszthatósági szabályból továbblépve látjuk, hogy a $2^5 = 32$-vel való oszthatóság az utolsó öt jegyből álló számon múlik, hiszen 10^5 osztható 2^5-nel. Esetünkben $23\,456$ osztható 2^5-nel, így a keresett négyzet is. De akkor osztható 2^6-nal is, hiszen 4^2-nel osztva a hányados páros, és ezért az alap osztható 8-cal.

Mármost $\dots 6$-ra végződik $(\dots 4)^2$ és $(\dots 6)^2$, összefoglalva $(10k \pm 4)^2$. Ebből megkeressük k szóba jövő értékeinek utolsó jegyét:

$$(10k \pm 4)^2 = 100k^2 \pm 80k + 16 = \dots 56.$$

Innen $\pm 80k$ kétjegyű végződése 40 (hiszen $100k^2$ kétjegyű végződése 00), másképpen (-60), azaz $\pm 8k$ egyjegyű végződése 4, ill. (-6). Eszerint a $(10k+4)$ alakban megfelel 3 és 8, és más nem, hiszen $8 \cdot 3$ végződése 4, azaz szóba jön

$$10k + 4 = 10(10m+3) + 4 = 100m + 34,$$

illetve $100m + 84$. És hasonlóan a $(10k-4)$ alakban megfelel $k = 10m+2$ és $10m+7$ – hiszen $(-8k) = (-8) \cdot 2$ végződése (-6) –, itt tehát szóba jönnek a

$$10k - 4 = 10(10m+2) - 4 = 100m + 16$$

és $100m + 66$ alakú számok.

A kapottak közül $100m+34$ és $100m+66$ semmilyen egész m mellett nem osztható 8-cal, ezek az alapok nem vezetnek eredményre. A maradó $100m+84$ és $100m+16$ közös alakja $100m \pm 16$.

Tovább hasonlóan az m utolsó jegyeként szóba jövő jegyeket keressük:

$$(100m \pm 16)^2 = 10^4 m^2 \pm 32 \cdot 10^2 m + 256 = 10^3 M + 456,$$

elhagyva 10^3 többszöröseit:

$\pm 2 \cdot 10^2 m$ végződése 200, ill.-800,

a $(100m+16)$ alak $m = 1$ és 6 mellett, a $(100m-16)$ alak $m = 4$ és 9 mellett nyújt lehetőséget a négyzet végén három megfelelő jegyre. Az adódó

$$1000n + 116, \quad \text{ill.} \quad 616, \quad \text{ill.} \quad 384, \quad \text{ill.} \quad 884$$

alakok közül a 8-cal való oszthatóságnak csak $1000n \pm 384$ tesz eleget.

A kívánt négyzetszám négyjegyű $\dots 3456$ végződését figyelembe véve hasonlóan kapjuk, hogy a négyzetszám alapját csak a következő alakokban várhatjuk:

$$10^2 r + 2384, \quad +7384, \quad +2616, \quad +7616.$$

És kipróbálva a másodikból az $r = 0$ mellett adódó alapot:

$$7384^2 = \dots 23\,456,$$

megkaptunk egy megfelelő négyzetszámot.

Tulajdonképpen azt kaptuk, hogy a $10^4 r + 7384$ alakban r egyjegyű végződéseként megfelel 0 és 5, tehát minden egész s-re megfelelő $(50\,000s + 7384)^2$.

Hasonlóan megfelel a többi három alakból alapszámként $5 \cdot 10^4 s + 32\,384$, $5 \cdot 10^4 s + 42\,616$, ill. $5 \cdot 10^4 s + 17\,616$, és a középsőben $s = 0$ mellett már hat egymás utáni számjegy áll balról jobbra növekedő sorrendben:

$$42\,616^2 = \dots 6\,123\,456.$$