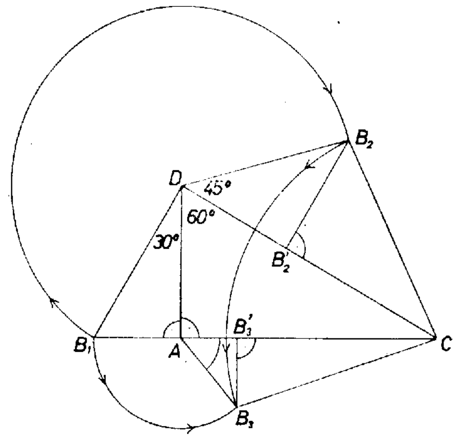
1. Vágjuk fel a gúla papírmodelljének a B-ben összefutó három élét, így a hálózat kiteríthető a síkba. Ezt a hálózatot a modell nélkül, az adatokból fogjuk megszerkeszteni.



Mivel (eredetileg) DA merőleges az ABC síkra, tehát a sík minden egyenesére is, így a DAB és DAC lapháromszögekben A-nál derékszög van. Megválasztva közös DA befogójuk hosszát, e két háromszöget az $ADC\sphericalangle = 60°$ és $ADB\sphericalangle = 30°$ ismeretében meg tudjuk szerkeszteni. A DC oldalra D-ben felmérjük a $CDB\sphericalangle = 45°$-os szöget, a szög másik szárán ismét a már megkapott DB él jelenik meg, és ezzel megkaptuk a DCB lapháromszöget is.

A BA és BC szakaszok ismeretében AC-re mint alapra megszerkesztve az ABC háromszöget, és megmérve BAC szögét, közelítőleg 50°-ot kapunk. A kiterítésben a B csúcs három helyen jelent meg, ezeket a szerkesztés időrendjében különböztettük meg B_1, B_2, B_3 jellel.

2. Áttérve a számításra, válasszuk AD hosszát egységnek és jelöljük B_2-nek a DC-n, valamint B_3-nak az AC-n levő vetületét B_2' vel, B_3'-vel. Így a szögadatok alapján:

$$AB_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad DB_1 = DB_2 = \frac{2}{\sqrt{3}}, \quad AC = \sqrt{3}, \quad DC = 2, \quad B_2B_2' = DB_2' = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}},$$

és Pitagorasz tételét a CB_2B_2' háromszögre alkalmazva

$$CB_2^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(2 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{16 - 4\sqrt{6}}{3}.$$

Másrészt az ACB_3 háromszög két részháromszögére alkalmazva Pitagorasz tételét:

$$AB_3^2 - B_3'A^2 = B_3'B_3^2 = B_3C^2 - (AC - B_3'A)^2 = B_3C^2 - AC^2 + 2AC \cdot B_3'A - B_3'A^2,$$

és innen, a fenti eredményeket mindjárt beírva

$$B_3'A = \frac{AB_3^2 + AC^2 - B_3C^2}{2AC} = \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Így pedig az AB_3B_3' háromszögből

$$\cos B_3AB_3'\sphericalangle = \cos BAC\sphericalangle = \frac{B_3'A}{AB} = \frac{2\sqrt{6}}{3} - 1 = 0{,}6329,$$

vagyis a keresett szög $50°\ 44'$.

Megjegyzések. 1. A CB_2 és $B_3'A$ meghatározásánál tulajdonképpen azt az utat követtük, ahogyan a cosinustételt általában levezetni szokás; itt a közbülső eredmények számértékét is megadtuk. Valóban, kiszámíthattuk volna a kívánt adatot a cosinustétel kétszeri alkalmazásával is (a CDB_2 háromszögben $\cos 45° = 1/\sqrt{2}$-t használtuk).

2. Feladatunkat így is értelmezhetjük: a D csúcsú triédert (nyitott testszögletet) egy, a DA élre merőleges síkkal metszettük el, így az AB és AC egyenesek által bezárt szög egyben a DAB és DAC síkok által bezárt lapszöget (a triéder egyik szögét) is méri. Ugyanígy a DB, DC élnél levő lapszöget is meghatározhatjuk, ezekre az élekre merőleges metsző síkokkal. Ennek megfelelően a 30°, 45°, 60° oldalakkal meghatározott triéder (vagy ha tetszik: gömbháromszög) szerkesztő megoldását végeztük el. A számítás is elvégezhető a gömbháromszög ún. oldal-cosinustétele alapján (az Iskolai Függvénytáblázat 362. 121 képlete).