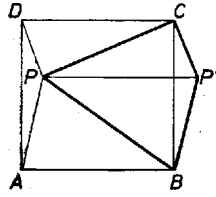


a) Tekintsük először azt az esetet, ha  $P$  az  $N = ABCD$  négyzet belsejében van, toljuk el  $P$ -t az  $\overrightarrow{AB}$  vektorral és jelöljük új helyzetét  $P'$ -vel (1. ábra).

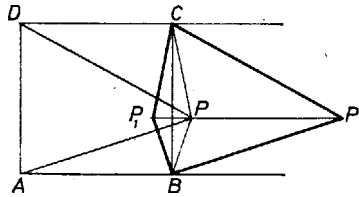


1. ábra

Ekkor a  $P'BCP$  négyszög megfelel az előírásoknak:  $P'P$  és  $BC$  átlói merőlegesek, mert  $PP' \parallel AB \perp BC$ ; konvex, mert átlóinak metszéspontja a  $BC$  szakaszon van és elválasztja egymástól  $P$ -t és  $P'$ -t; végül első oldala  $PA$ -val, utolsó oldala  $PD$ -vel egyenlő, mert  $ABP'P$  és  $DCP'P$  paralelogramma.

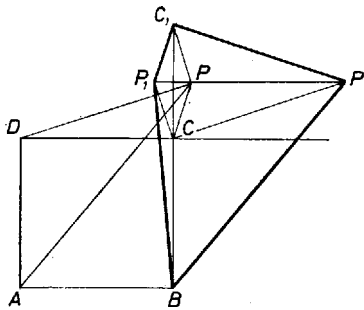
b) Ha  $P$  az  $N$ -re nézve külső pont, akkor két esetet tekintünk:

1.  $P$  a négyzet oldalegyeseinek meghosszabbításával keletkezett valamelyik sávon belül van (a szimmetria miatt elég azt az esetet tekinteni, ha az  $AB$  és  $CD$  egyenesek közt, a  $CB$  egyenesnek  $A$ -t nem tartalmazó partján van);
2.  $P$  a sávok egyikében sincs benne (elég azt az esetet tekinteni, ha a  $BCD$  derékszög csúcsttartományában van).



2. ábra

Az  $\overrightarrow{AB}$  vektorú eltolás után keletkező  $P'BCP$  négyszög az 1. esetben konkáv, mert  $BC$  átlója nem választja szét a  $PP'$  átló végpontjait (2. ábra), a 2. esetben hurkolt, mert egyik átló egyenese sem választja szét a másik átló végpontjait (3. ábra).



3. ábra

$P'$  mindkét esetben távolabb van a  $BC$  egyenestől, mint maga  $P$ .

A 2. esetet visszavezetjük az 1-re: legyen  $C$ -nek a  $PP'$  egyenesre való tükörképe  $C_1$ , ekkor a  $P'BC_1$  négyszög már csak konkáv. Vegyük most mindkét esetben  $P$ -nek a  $BC$  egyenesre való  $P_1$  tükörképét, így a  $P'BP_1C$ , illetve a  $P'BP_1C_1$  négyszög konvex, átlóinak irányai  $AB$ , illetve  $BC$ , és oldalaiak hossza rendre  $PA$ ,  $PB$ ,  $PC$ ,  $PD$  (a tükrözések által nem változott). Ezzel bebizonyítottuk a feladat állítását.