

**I. megoldás.** A feltétel szerint e párokból alkotott kétjegyű számok összege egyenlő a  $100A + 10B + C$  háromjegyű számmal, azaz

$$(1) \quad 22(A + B + C) = 100A + 10B + C,$$

átrendezve és 3-mal végig osztva  $26A = 4B + 7C$ . Ha  $B$  és  $C$  helyébe a lehető legnagyobb értéküket, 9-et írjuk, a jobb oldalon álló kifejezés értéke nem nagyobb 99-nél, amiből következik, hogy  $A \leq 3$ . Az egyenlőségből leolvashatjuk azt is, hogy  $C$  páros.

Írjunk  $C$  helyébe  $2D$ -t, ahol  $D \leq 4$ , így

$$(2) \quad 13A = 2B + 7D.$$

Vizsgáljuk meg az  $A = 1, 2, 3$  eseteket külön-külön. Ha  $A = 1$ , akkor

$$13 = 2B + 7D,$$

amiből  $D = 1, C = 2$ , és így  $B = 3$ , tehát a háromjegyű szám 132.

Ha  $A = 2$ , akkor  $26 = 2B + 7D$ , innen  $D$  páros, így  $D = 2$  lehet csak, ekkor  $C = 4, B = 6$ , a háromjegyű szám 264.

Végül  $A = 3$  esetében  $39 = 2B + 7D$ .  $D$  most csak páratlan lehet és  $D \leq 4$ . Ámde  $D = 1$  nem lehet, mert ekkor  $B > 9$ , tehát  $D = 3$ , s ekkor  $B = 9, C = 6$ .

Tehát a háromjegyű szám: 396.

Összefoglalva, három olyan számot találtunk, amelyek eleget tesznek az előírásnak, s ezek: 132, 264, 396.

**II. megoldás.** Az (1) egyenletből látható, hogy a háromjegyű szám osztható 22-vel. Vonjunk ki (1) mindkét oldalából  $(A + B + C)$ -t

$$21(A + B + C) = 9(11A + B),$$

3-mal végig osztva

$$7(A + B + C) = 3(11A + B).$$

Innen az  $(A + B + C)$  osztható 3-mal, de ha a háromjegyű szám jegyeinek összege osztható 3-mal, akkor maga a szám is, és így  $ABC$  66-tal is osztható. Az I. megoldásban már láttuk, hogy  $A \leq 3$ , így 66 következő többszöröseit kell csak figyelembe venni: 132, 198, 264, 330 és 396.

Könnnyű ellenőrizni, hogy 198 és 330 nem felel meg a követelményeknek.

**III. megoldás.** Az első megoldásban szereplő (2) egyenletet átrendezhetjük a következőképpen:

$$13(A - D) = 2(B - 3D). \quad (D \leq 4)$$

Így  $(B - 3D)$  osztható 13-mal, de  $0 \leq B \leq 9$  és  $0 \leq D \leq 4$  miatt

$$-12 \leq B - 3D \leq 9,$$

tehát  $B = 3D$ , és így  $A = D$ , azaz a megoldás jegyei  $A, 3A$  és  $2A$  alakúak. Azaz  $A = 1, 2, 3$ -ra a kapott háromjegyű számok: 132, 264 és 396.