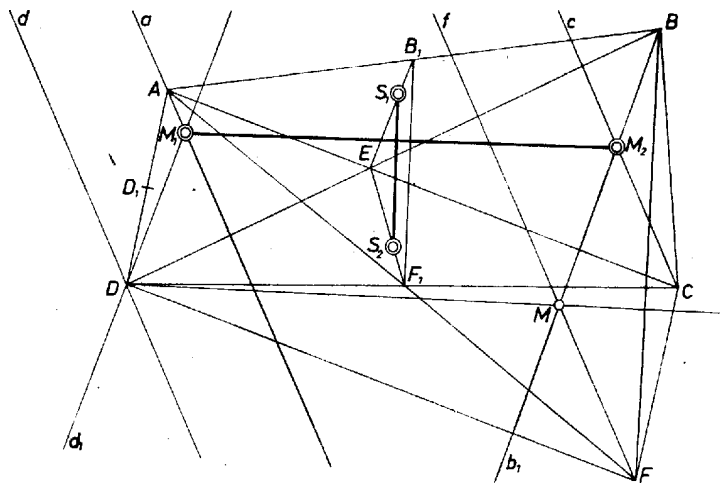


Toljuk el az  $AC$  szakaszt úgy, hogy  $A$  a  $D$ -be kerüljön,  $C$  új helyzetét jelöljük  $F$ -fel.



Húzzunk az  $A, C, D, F$  pontokon át a  $BD$  egyenesre merőleges egyeneseket és jelöljük rendre  $a$ -val,  $c$ -vel,  $d$ -vel és  $f$ -fel. A  $B$  és  $D$  pontokon át az  $AC$  egyenesre merőlegesen húzott egyeneseket pedig jelöljük  $b_1$ -gyel és  $d_1$ -gyel. Mivel  $AD$  és  $CF$  párhuzamosak és egyenlők egymással, az  $a$  és  $d$  párhuzamos egyenesek távolsága egyenlő a  $c$  és  $f$  távolságával. Emiatt  $d_1$ -nek az  $a$  és  $d$  közé eső szakasza egyenlő a  $d_1$ -gyel párhuzamos  $b_1$ -nek  $c$  és  $f$  közé eső szakaszával. Jelöljük  $a$  és  $d_1$  metszéspontját  $M_1$  gyel,  $c$  és  $b_1$  metszéspontját  $M_2$  vel,  $f$  és  $b_1$  metszéspontját  $M$ -mel.

Az elmondottak szerint  $DM_1$  párhuzamos és egyenlő  $MM_2$ -vel, tehát  $M_1M_2 \parallel DM$ . Mivel  $M_1, M_2, M$  rendre a  $DEA, BEC, BDF$  háromszög magasságpontja (két-két magasságvonaluk metszéspontja), ebből következik, hogy  $DM$  – mint a legutóbbi háromszög harmadik magasságvonala – merőleges  $BF$ -re. Ezzel bebizonyítottuk, hogy  $M_1M_2 \perp BF$ .

A  $BDF$  háromszöget az  $A$  centrumból felére kicsinyítve a  $B_1D_1F_1$  háromszöget kapjuk, és az itt fellépő  $F_1$  pont egyben a  $CD$  szakasz felezőpontja, hiszen felezi az  $ACFD$  paralelogramma másik,  $AF$  átlóját. A  $B_1F_1$  szakaszt az  $E$  centrumból kétharmadára zsugorítva, új végpontokként az  $ABE, CDE$  háromszögek  $S_1, S_2$  súlypontjait kapjuk, és  $S_1S_2 \parallel B_1F_1 \parallel BF$ , feladatunk állítását ezzel bebizonyítottuk.

*Megjegyzés.* Akik ismerik a vektorok skaláris szorzatának fogalmát, azok ennek felhasználásával is bizonyíthatják az állítást.