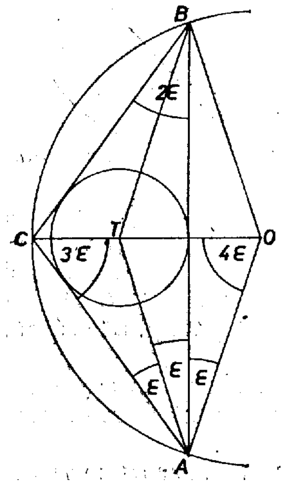
A H köré írt kör középpontját mindhárom esetben O-val jelölve, $OA = OB$, és a tükrözés alapján az $AOBT$ négyszög rombusz. Ez egyik esetben sem elfajult, mert az I. és a III. esetben T határozottan belső pontja H-nak, a II. esetben pedig határozottan külső pontja. Eszerint O az I.-ben és a III.-ban külső pont, a II.-ban belső pont.

Továbbá mindig fennáll $OAB\sphericalangle = TAB\sphericalangle = TBA\sphericalangle = OBA\sphericalangle$, jelöljük ezt ε-nal.

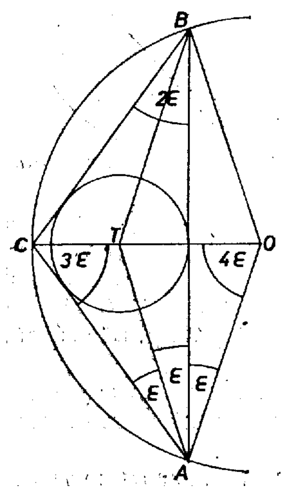
Az I. esetben a beírt kör középpontjának tulajdonságai szerint TA felezi a BAC szöget, TB az ABC szöget, így H-ban A-nál és B-nél $2\,\varepsilon$ nagyságú szög van (1. ábra).



1. ábra

$CBA\sphericalangle = 2\,\varepsilon$-ból a kerületi és középponti szögek tétele alapján $COA\sphericalangle = 4\,\varepsilon$. Továbbá $CAO\sphericalangle = 3\,\varepsilon$, és mivel az ACO háromszög egyenlő szárú, ezért szögeinek összege alapján $3\,\varepsilon + 3\,\varepsilon + 4\,\varepsilon = 180^\circ$, $\varepsilon = 18^\circ$. Így H szögei: 36°, 36°, 108°.

A II. esetben a hozzáírt kör középpontjának tulajdonságai szerint TA, TB a BAC, illetve ABC szög mellékszögét felezi, e két szög nagysága $2\,\varepsilon$, ezért H-ban A-nál és B-nél egymással egyenlő, $180^\circ - 2\,\varepsilon$ nagyságú szög van, a C-nél levő szög pedig $180^\circ - 2(180^\circ - 2\,\varepsilon) = 4\,\varepsilon - 180^\circ$ (2. ábra).



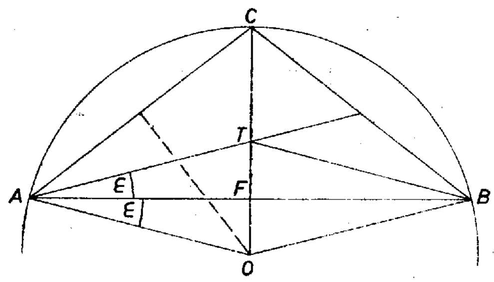
1. ábra

Ezek alapján: az ACO háromszögben C-nél és A-nál

$$2\,\varepsilon - 90^\circ, \quad \text{illetve} \quad (180^\circ - 2\,\varepsilon) - \varepsilon$$

nagyságú szög van (az utóbbinál használtuk fel fenti megállapításunkat, hogy O a BAC szögtartomány belsejében van), ezek egyenlőségéből $\varepsilon = 54^\circ$, így pedig H szögei: 72°, 72°, 36°.

Végül a III. esetben a súlypont tulajdonságai szerint C rajta van az AB oldal F felezőpontját T-vel összekötő egyenesen és $FC = 3 \cdot FT$ (3. ábra).



3. ábra

$AO = BO$ alapján az AB-re merőleges TO egyenes is átmegy F-en, tehát C-n is, a H egyenlő szárú, továbbá $FT = FO$, és

$$CO = CF + FO = 4F0.$$

Ebből

$$\sin\varepsilon = \frac{FO}{AO} = \frac{FO}{CO} = \frac{1}{4}, \quad \varepsilon = 14°29',$$

(felkerekítve), folytatólag $AOC\sphericalangle = 90° - \varepsilon = 75°31'$,

$$ACB\sphericalangle = 2 \cdot ACO\sphericalangle = 2\left(90° - \frac{AOC\sphericalangle}{2}\right) = 104°29',$$
$$BAC\sphericalangle = ABC\sphericalangle = 37°46'.$$

Trigonometriai ismeretek nélkül a fenti elemzés alapján a körülírt kör OC sugarára az F negyedelő pontjában állított merőlegessel metsszük ki A és B helyzetét, és megmérjük a kapott H szögeit.