$$K=\frac{(\sqrt{r+1}-\sqrt{r-1})^n-(\sqrt{r+1}+\sqrt{r-1})^n}{(\sqrt{r+1}-\sqrt{r-1})^n+(\sqrt{r+1}+\sqrt{r-1})^n}, \tag{1}$$

Az r szám adott kifejezését behelyettesítve

$$\sqrt{r+1}=\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2xy}+1}=\sqrt{\frac{(x+y)^2}{2xy}}=\frac{x+y}{\sqrt{2xy}},$$

$$\sqrt{r-1}=\sqrt{\frac{(x+y)^2}{2xy}}=\frac{|x-y|}{\sqrt{2xy}}=\frac{x-y}{\sqrt{2xy}},\ \text{ha } x>y(>0).$$

Mivel r kifejezése szimmetrikus x-ben és y-ban, az általánosság megszorítása nélkül feltehettük, hogy $x>y$; ezzel fejeztük ki, hogy $\sqrt{r-1}\geq 0$.

Ezeket (1)-be beírva, K számlálójában és nevezőjében

$$\sqrt{r+1}-\sqrt{r-1}=\frac{2y}{\sqrt{2xy}},\quad \sqrt{r+1}+\sqrt{r-1}=\frac{2x}{\sqrt{2xy}},$$

és $\left(\frac{\sqrt{2xy}}{2}\right)^n$-nel bővítve

$$K=\frac{y^n-x^n}{y^n+x^n}(<0).$$

Ez az előírt n-eken túlmenően minden n természetes számra érvényes.

Az utolsó alakban a nevezőbeli és a számlálóbeli polinomnak nincs közös polinom-tényezője, ezért további egyszerűsítés nem lehetséges. Ha ugyanis volna közös tényezőjük, ez az összegüknek, $2y^n$-nek is, és a $2x^n$ különbségüknek is tényezője volna, márpedig látjuk, hogy ilyen nincs.

Megjegyzés. Nem használtuk ki x-ről és y-ról a teljes feltevést, csak azt, hogy 0-tól különbözők és hogy előjelük egyenlő.