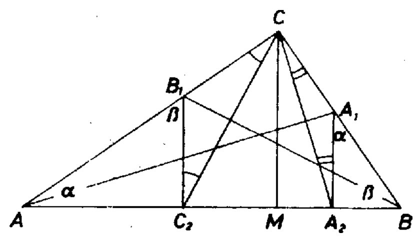
I. megoldás. Messe a $BAC\sphericalangle=\alpha$, ill. $ABC\sphericalangle=\beta$ szög szögfelezője a szemközti oldalt A_1-ben, ill. B_1-ben, és jelöljük ezeknek az AB-re eső vetületét A_2-vel, ill. B_2-vel.



Az A_1, B_1 pontnak a felezett szög másik szárára való vetülete C, ezért $A_1C=A_1A_2$, (hiszen a szögfelező pontjai ugyanakkora távolságra vannak a szög két szárától), tehát az A_1CA_2 háromszög egyenlő szárú. Így $A_1CA_2\sphericalangle=\alpha/2$, hiszen $BA_1A_2\sphericalangle=\alpha$. Hasonlóképpen $B_1CB_2\sphericalangle=\beta/2$, és így

$$A_2CB_2\sphericalangle=90^\circ-\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)=45^\circ,$$

tehát az A_2B_2 szakasz valóban 45° szögben látszik a C-ből.

Felhasználtuk azt is, hogy A_2 és B_2 az AB szakasz belső pontjai. Ez szemlélet nélkül is adódik abból, hogy A_1, B_1, a befogókon vannak, a befogók vetülete pedig része az átfogónak, mert α és β hegyesszög.

Megjegyzés. A felhasznált szögegyenlőségek abból is kiolvashatók, hogy az A, A_2, A_1 és C pontok egy körön, az AA_1 szakasz Thalész-körén fekszenek. Így a kerületi szögek tételéből következik, hogy pl. $A_1CA_2\sphericalangle=A_1AA_2\sphericalangle=\alpha/2$.

II. megoldás. Legyen az AB-hez tartozó magasság talppontja M. A párhuzamos szelők tétele, a szögfelező tétel és az ABC, ACM háromszögek hasonlósága alapján

$$\frac{AB_2}{B_2M}=\frac{AB_1}{B_1C}=\frac{AB}{CB}=\frac{AC}{MC}.$$

Így a szögfelező tétel megfordításából következik, hogy CB_2 felezi az ACM szöget. Hasonlóan CA_2 felezi az MCB szöget s így

$$B_2CA_2\sphericalangle=1/2ACB\sphericalangle=45^\circ.$$